

# A hegyi hullámok előrejelzése és észlelése

Salavec Péter

Országos Meteorológiai Szolgálat  
Repülésmeteorológiai Osztály

2018

# Hegyi hullám

- **Belső gravitációs hullám**
- **Orografikus eredetű**
  - A hegyek kényszeremelése adja az áramlás vertikális komponensét
- **Stacionárius jelenség**
- **Turbulens kísérőjelenségek gyakoriak**
  - Rotorok, törési jelenségek, nyírási turbulencia stb.
- **A repülést befolyásolja**
  - **Kisgépek számára hasznos (emelkedéshez, utazáshoz)**
    - A magasság- és távolságrekordokat hullámban érték el
  - **Turbulenciája veszélyes is**
    - A modellek alábecsülik az erősségét hullámos helyzetben
    - Gyakran nincs látható megnyilvánulása
- **Megfelelő nedvesség esetén Ac len**

# Hullámok típusai

- **Száraz**
  - Nincs elég nedvesség a felhőképződéshez
- **Reverzibilis nedves**
  - A hullámozó réteg abszolút stabil
  - A kicsapódó nedvesség nem zavarja lényegesen a hullámozást (legfeljebb kis torzítás lehet)
  - Lencse alakú, egy helyben álló felhők
- **Irreverzibilis nedves**
  - A hullámozó réteg feltételesen instabil
  - A hullám tetején a kicsapódó nedvesség gomolyfelhőt hoz létre (gyakori ilyen a hegytetőn megjelenő zivatar)
  - A konvekció a hullámot tönkre is teszi (a hétköznapi értelemben valójában nem is hullám)

# Elméleti leírás

- 2D-s tárgyalás, átlagosan hidrosztatikus, horizontálisan homogén légkör.
- A hidro-termodinamikai egyenletrendszerben a változókat felbontjuk az átlaguk és egy perturbáció összegére.
  - Az átlag kb. a makroszinoptikus helyzetet írja le, ami a hullámok karakterisztikus ideje alatt nem (nagyon) változik
- A jelenségre jellemző karakterisztikus értékek alapján az egyenletrendszerből sok tag elhanyagolható
- Lineáris stacionárius hullámjelenséget keresünk.
- A kapott új egyenletrendszerből egyes matekkal levezethető egy **másodrendű lineáris függvényegyütthetős parciális differenciálegyenlet** a vertikális sebességre
- Az ilyen egyenletnek mindig van hullám megoldása, feltéve, ha a diszperziós reláció teljesül
- A hullám tulajdonságait a benne megjelenő Scorer-paraméter vertikális profilja határozza meg.

# Elméleti leírás

- Mozgásegyenlet (momentum-megmaradás)
- Termodinamikai I. főtétel (energia-megmaradás)
- Kontinuitási egyenlet (tömegmegmaradás)

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \partial_j u_i = -g_i - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j u_k - \frac{1}{\rho} \partial_i p - \frac{1}{\rho} \partial_j \tau_{ij}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \partial_j \theta = \nu \partial_j \partial_j \theta - \frac{1}{\rho c_{pd}} \partial_j Q_j^* - \frac{L_E F}{\rho c_{pd}}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \partial_j (\rho u_j) = 0$$

# Feltételezések

1. **Newton-i folyadék**  $\frac{1}{\rho} \partial_j \tau_{ij} = \nu \left( \partial_j \partial_j u_i + \frac{1}{3} \partial_i \partial_j u_j \right)$
2. **Összenyomhatatlanság**  $\frac{d\rho}{dt} = 0 \Rightarrow \partial_j u_j = 0$
3. **Földforgás elhanyagolható**  $\Omega_j = 0$
4. **Hőforrástagok elhanyagolhatók**  $E = \partial_j Q_j^* = 0$
5. **Súrlódásmentesség**  $\nu = 0$
6. **Stacionaritás**  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
7. **Reynolds-dekompozíció**  $A = \bar{A} + A'$
8. **Linearizáció**  $A'B' = 0$
9. **Boussinesq-közelítés**  $\rho' \ll \rho$
10. **Átlagos hidrosztatika**  $\partial_i \bar{p} + \bar{\rho} g_i = 0$
11. **Kétdimenziósság**  $v = \frac{\partial}{\partial y} = 0$   $\frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = 0$
12. **Horizontális homogenitás**  $\frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = 0$
13. **Átlagos konvekciómentesség**  $\bar{w} = 0$
14. **Sűrűség helyett potenciális hőmérséklet**  $p = \rho R_d T_v \Rightarrow \frac{p'}{\bar{p}} = -\frac{\theta'}{\bar{\theta}}$
15. **Felhajtóerő és Brunt-Väisälä-frekvencia**  $b = g \frac{\theta'}{\bar{\theta}}$   $N^2 = \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$   $P' = \frac{p'}{\rho}$

# Nem-stacionárius egyenletek

- Horizontális mozgásegyenlet

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial P'}{\partial x} = 0$$

- Vertikális mozgásegyenlet

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{\partial P'}{\partial z} = b$$

- Termodinamikai egyenlet

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial b}{\partial x} + w' N^2 = 0$$

- Kontinuitási egyenlet

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$$

# Nem-stacionárius egyenletek

- Hullámeqyenlet
- Diszperziós reláció
  - A csoportsebességre két megoldás jön ki, az egyik lefelé mutat, amit elvetünk, mert a hullám nem az úrból nyeri az energiát
  - Létezik vertikálisan periodikus és elhaló megoldás is

$$\left[ \left( \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{N^2}{\bar{u}^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \underbrace{\frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}}_{\approx 0} \left( \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial x} \right] w' = 0$$

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \underbrace{\left( \frac{N^2}{\bar{u}^2} - \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right)}_{\ell^2} \right] w' = 0$$

$$w'(x, z) = W e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} \Rightarrow \begin{cases} (\omega - \bar{u} k_x)^2 = \frac{(N k_x)^2}{k_x^2 + k_z^2} \\ \ell^2 = k_x^2 + k_z^2 \end{cases}$$



# Megoldás

$$w'(x, 0) = \bar{u}(0) \frac{dh}{dx}$$

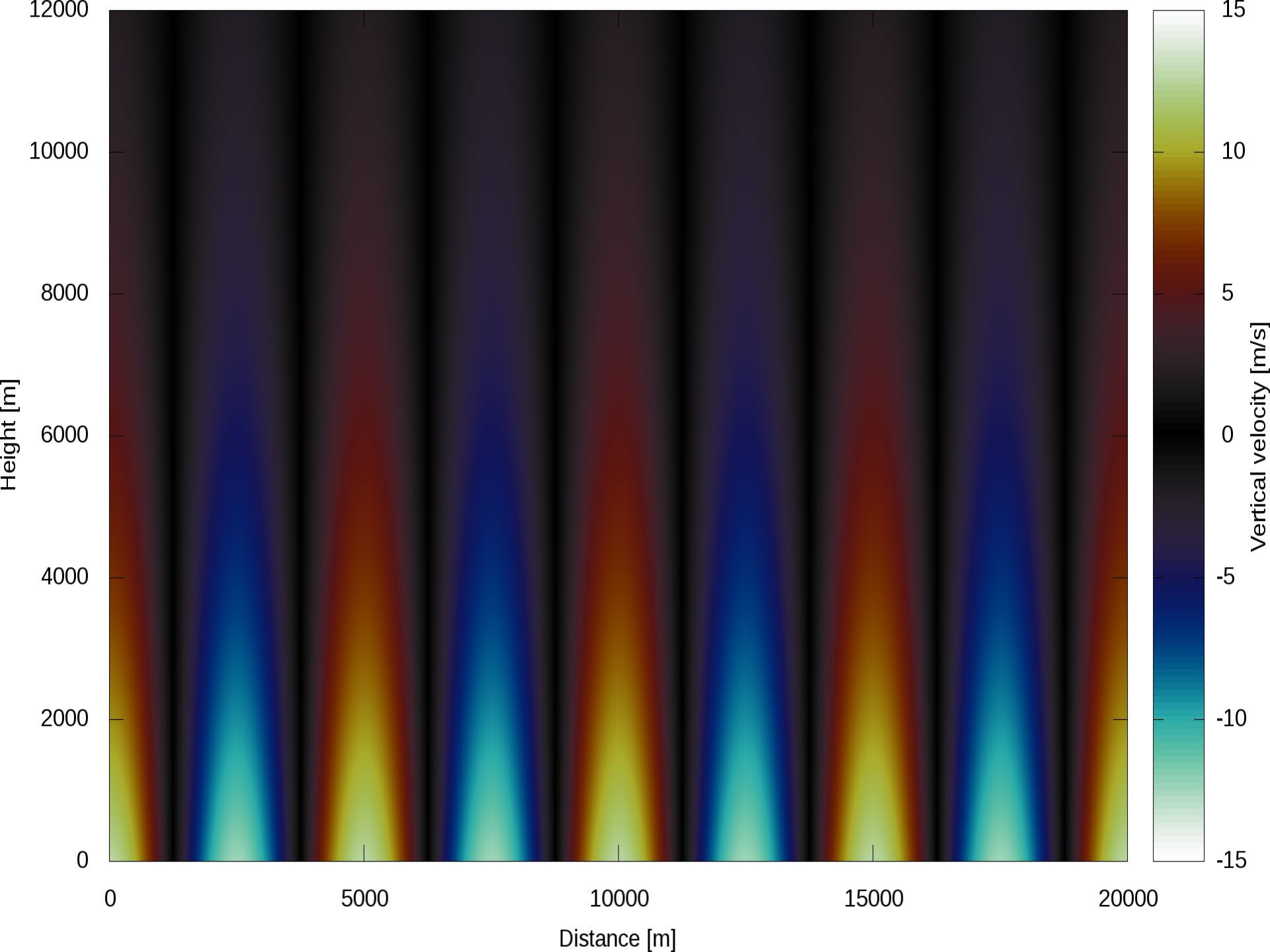
$$\hat{w}(k_x, z) = \mathcal{F}_x \{w'(x, z)\}$$

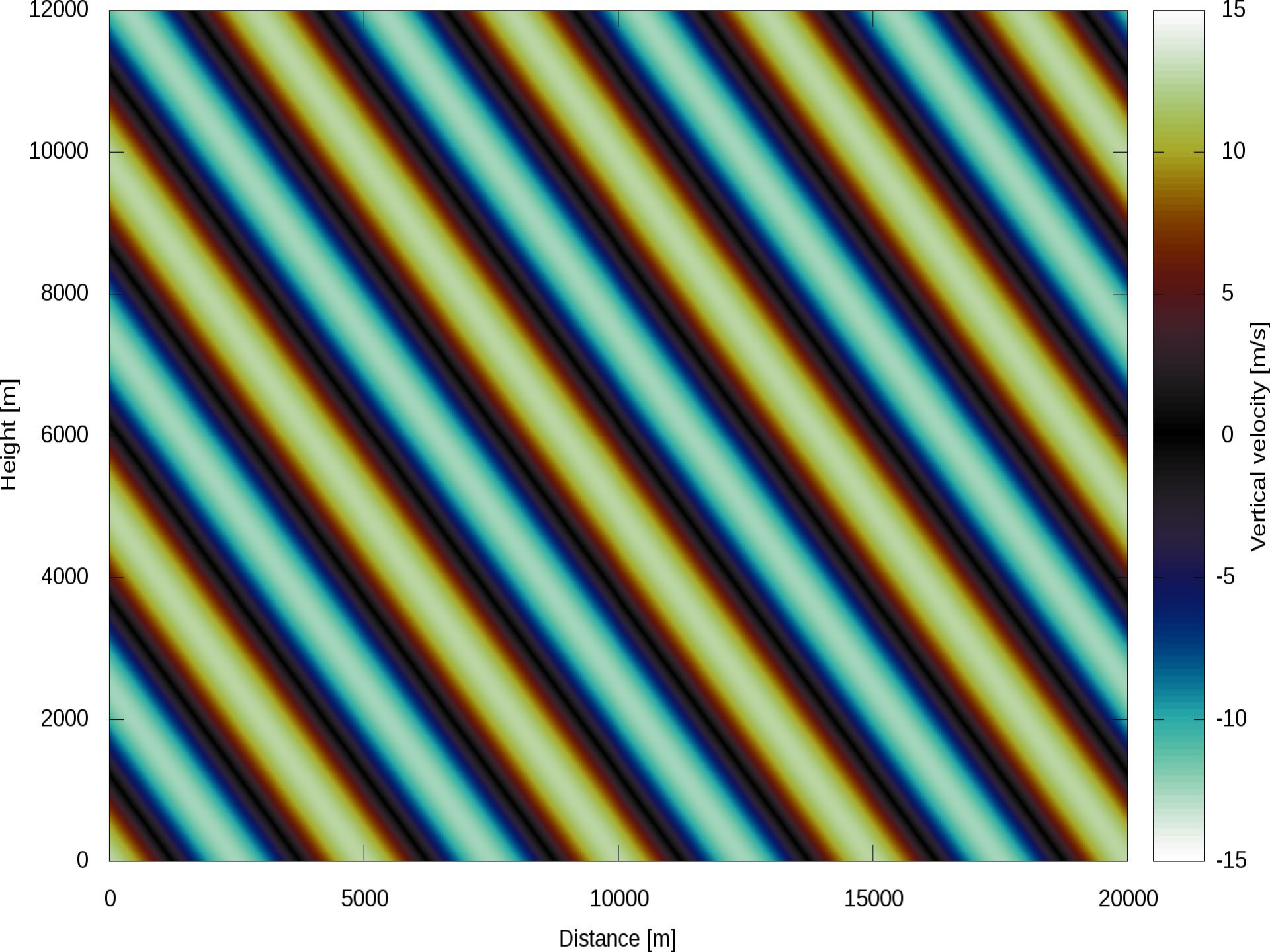
$$\hat{h}(k_x) = \mathcal{F}_x \{h(x)\}$$

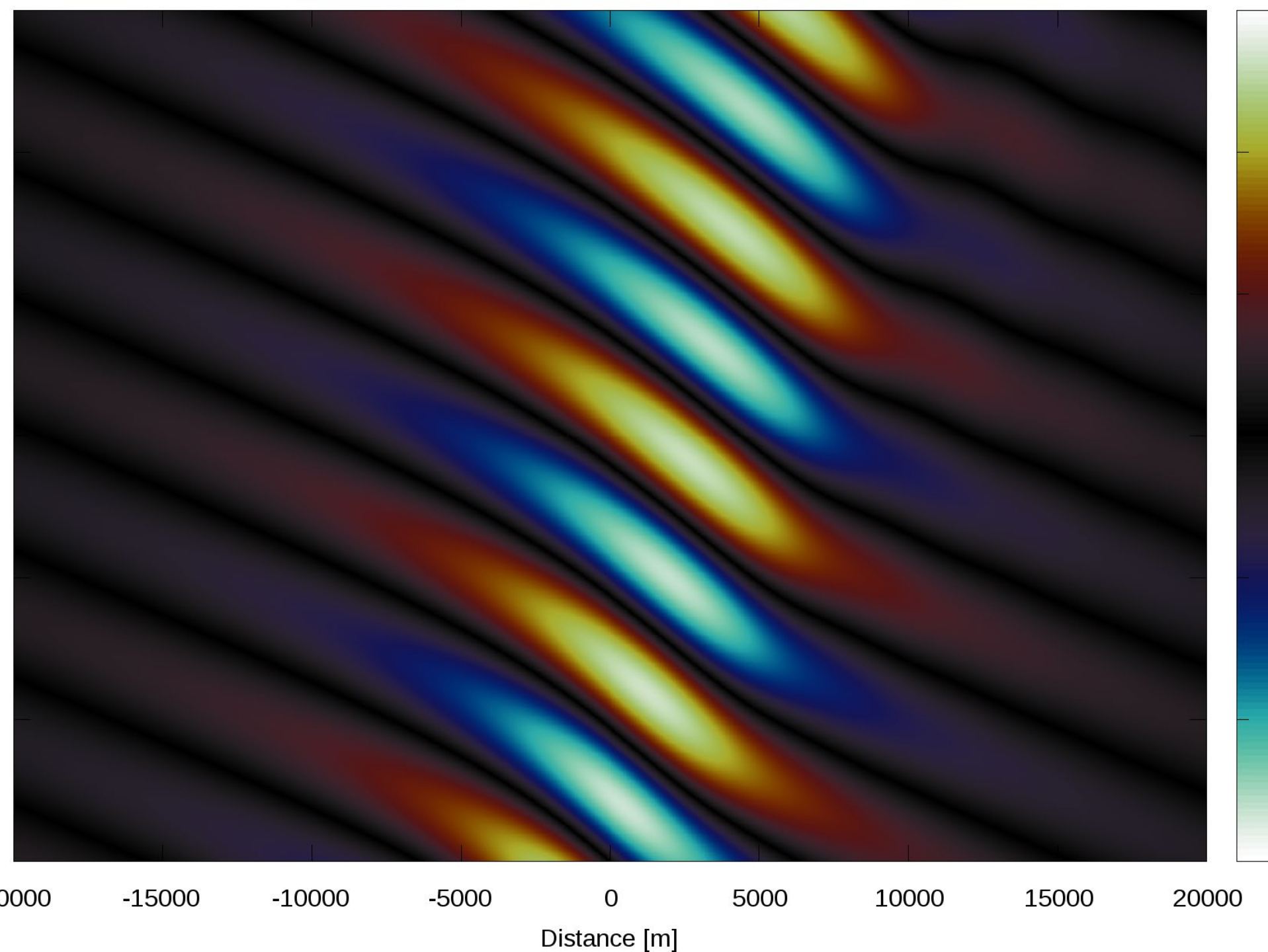
$$\frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial z^2} + (\ell^2 - k_x^2) \hat{w} = 0$$

$$\hat{w}(k_x, 0) = ik_x \bar{u}(0) \hat{h}(k_x)$$

$$w'(x, z) = \bar{u}(z) \frac{dh(x)}{dx} * \mathcal{F}_{k_x}^{-1} \left\{ e^{i \sqrt{\ell^2 - k_x^2} z} \right\}$$







# Rezonancia, kvantálás

- Ha a Scorer-paraméter nem állandó a magassággal, a hullámok visszaverődhetnek egy határról
- A visszaverődés „hatékonysága” ( $r$ ) lehet „teljes” is ( $r=1$ ), e hullámok amplitúdója nagyon nagyra nő (rezonancia)
  - Az ilyen hullámok energiája nem szökik ki a rétegből, csapdázódik
- A hatékonyság függ a rétegvastagság és a hullámhossz viszonyától is (kvantálás)

$$W_{nL} = rW_{n-1L} \rightsquigarrow W = \bar{u} \frac{dh}{dx} \left( \frac{2r}{1-r} + 1 \right)$$

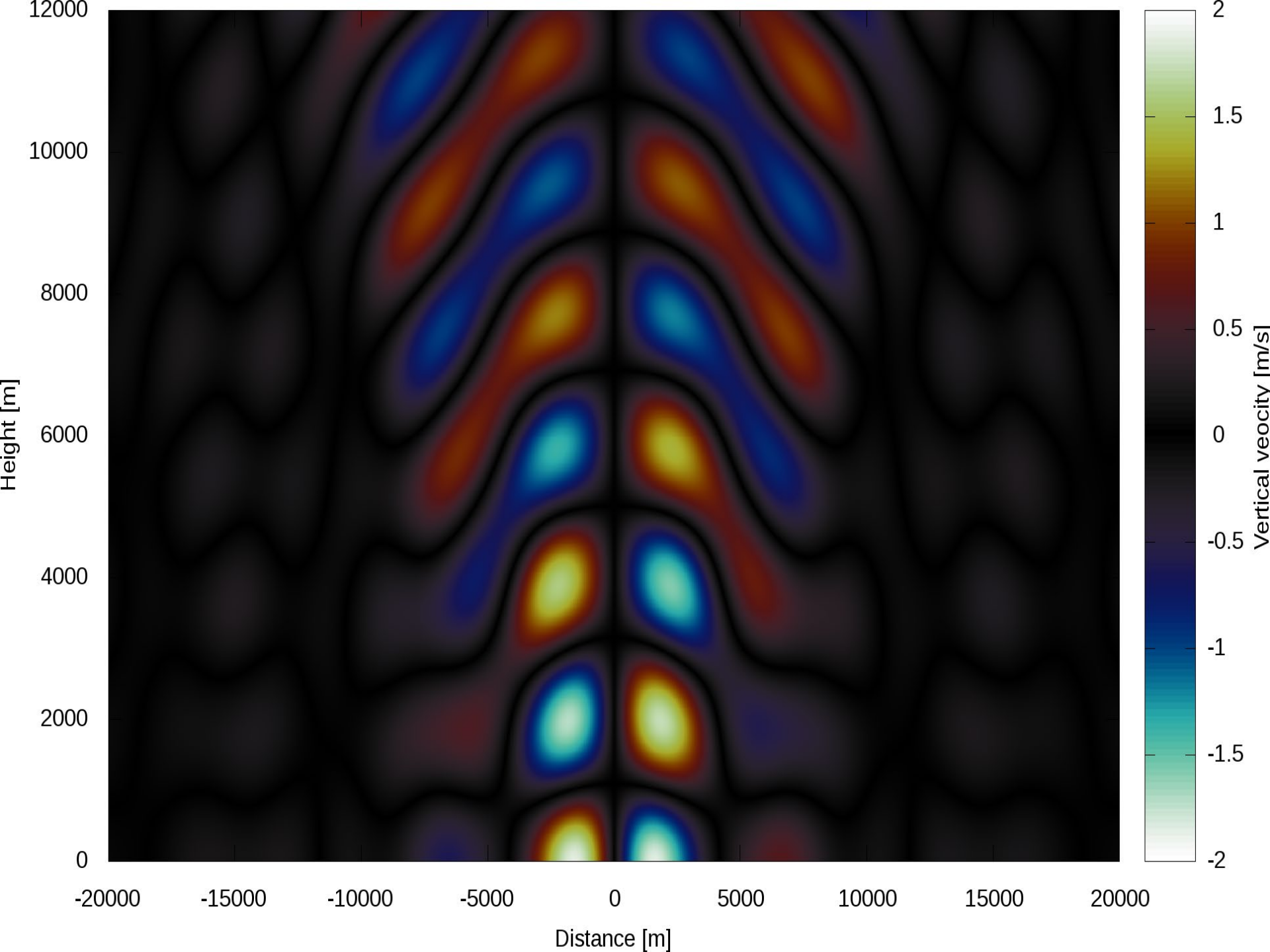
$$w'_L(x, Z) = w'_U(x, Z) \rightsquigarrow \frac{1}{r} - 1 = \frac{\cos \sqrt{\ell_L^2 - k_x^2 Z}}{\cos \sqrt{\ell_U^2 - k_x^2 Z}}$$

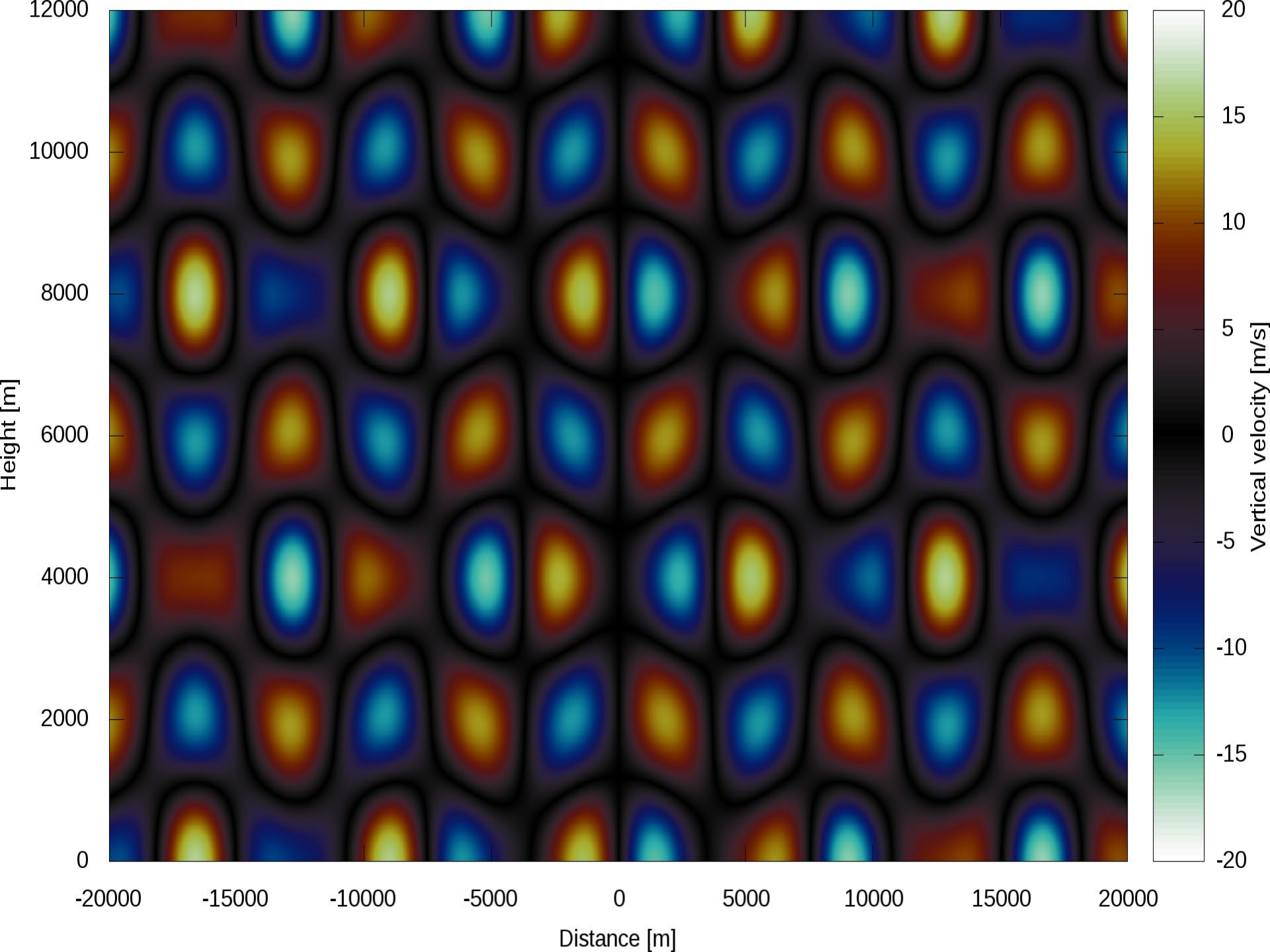
$$r \rightarrow 1 \rightsquigarrow k_x^2 = \ell_L^2 - \left[ \left( j + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{Z} \right]^2$$

$$k_x^2 > 0 > k_z^2 \rightsquigarrow \ell_L^2 - \ell_U^2 > \left( \frac{\pi}{2Z} \right)^2$$

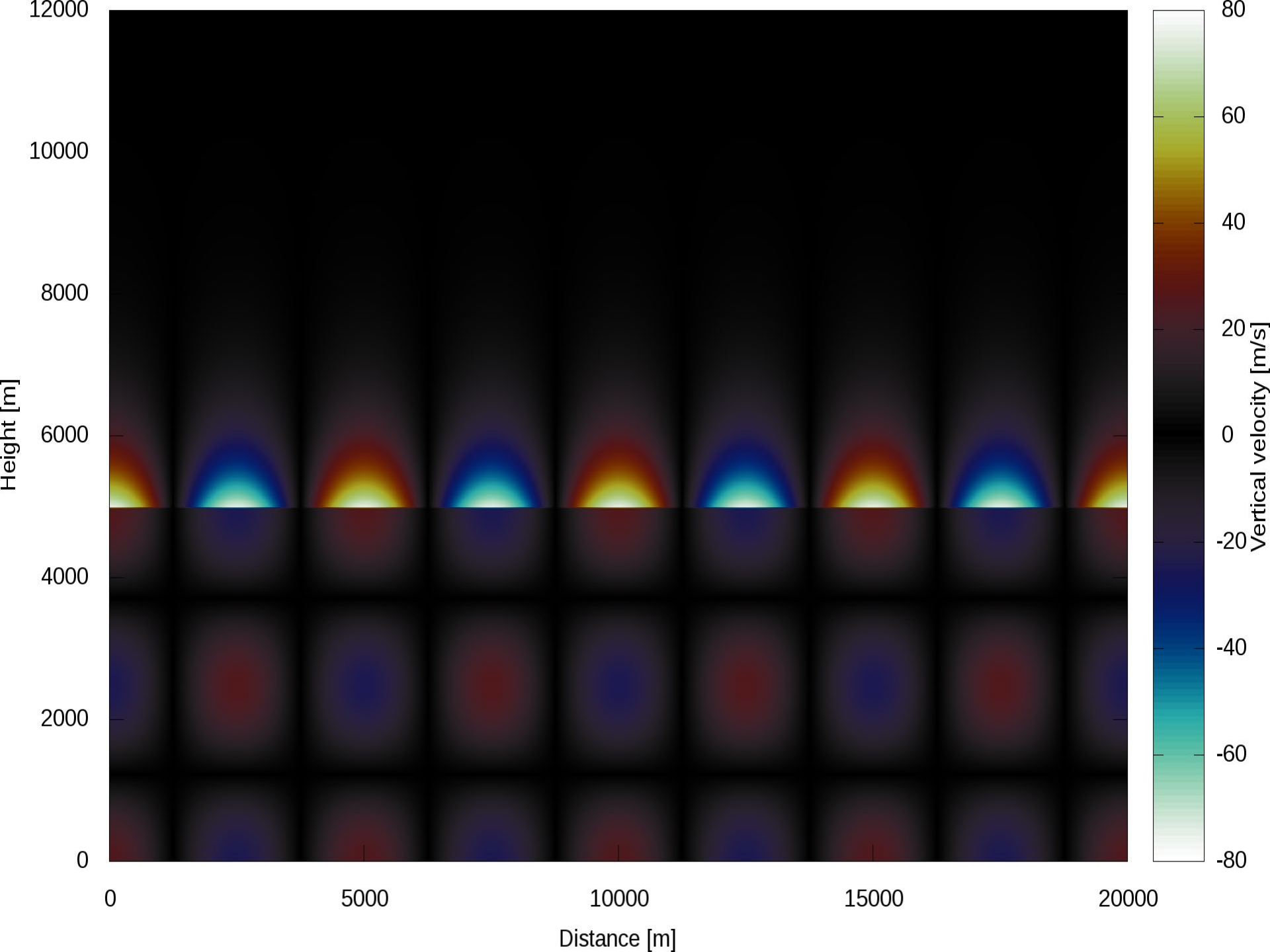
# Rezonancia, kvantálás

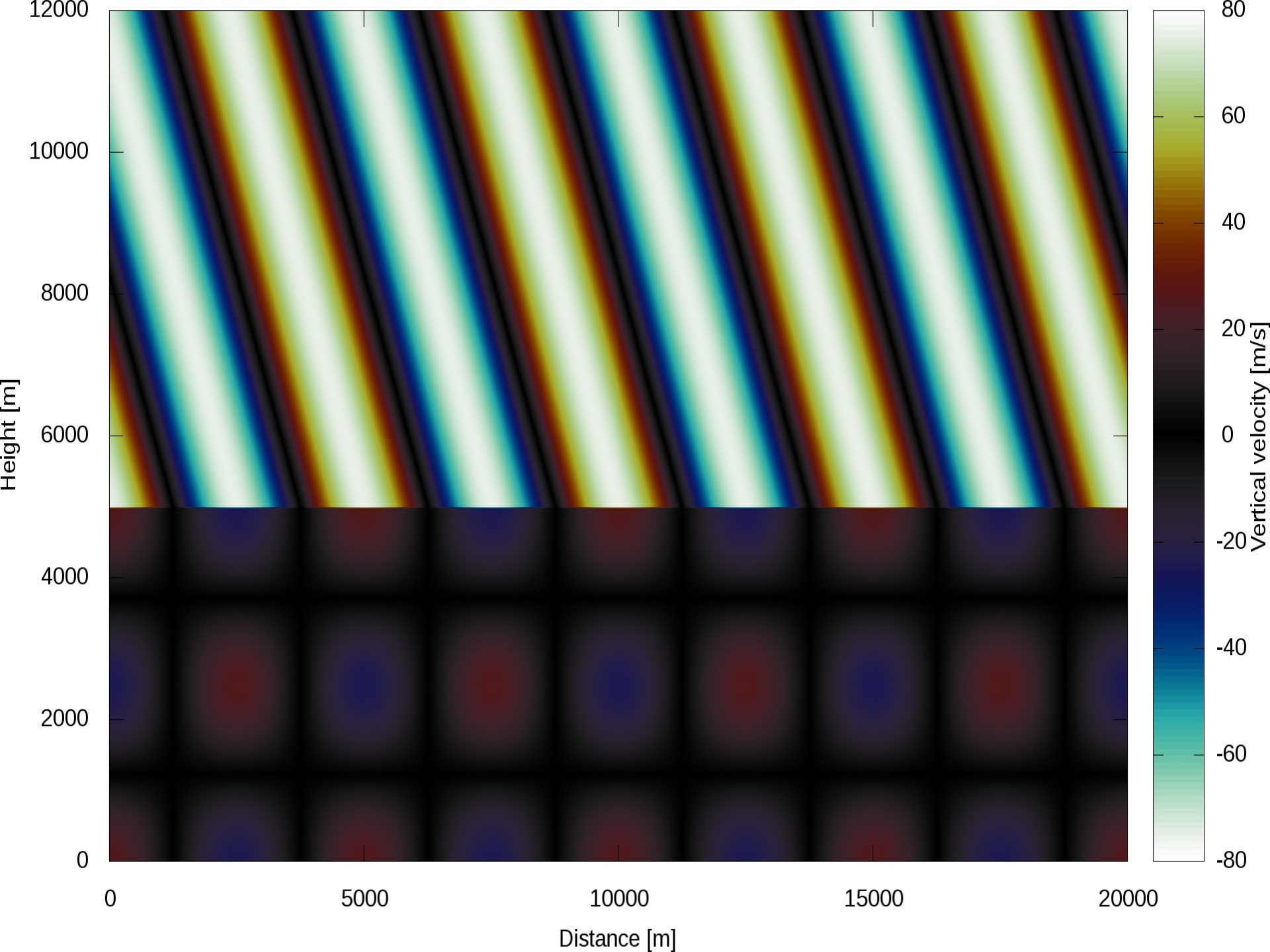
$$w'_L(x, z) = \frac{\bar{u}_L(z)}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dh(x')}{dx'} \sum_{j=1}^{\left\lfloor \frac{z}{\pi} \sqrt{\ell_L^2 - \ell_U^2} \right\rfloor} \left( \frac{2r_j}{1-r_j} + 1 \right) \cos \frac{j\pi z}{Z} e^{i \sqrt{\ell_L^2 - \left(\frac{j\pi}{Z}\right)^2} (x-x')} dx'$$
$$w'_U(x, z) = \bar{u}_U(z) \frac{dh(x)}{dx} * \mathcal{F}_{k_x}^{-1} \left\{ \left( \frac{2r(k_x)}{1-r(k_x)} + 1 \right) \cos \sqrt{\ell_L^2 - k_x^2} Z e^{i \sqrt{\ell_U^2 - k_x^2} (z-Z)} \right\}$$





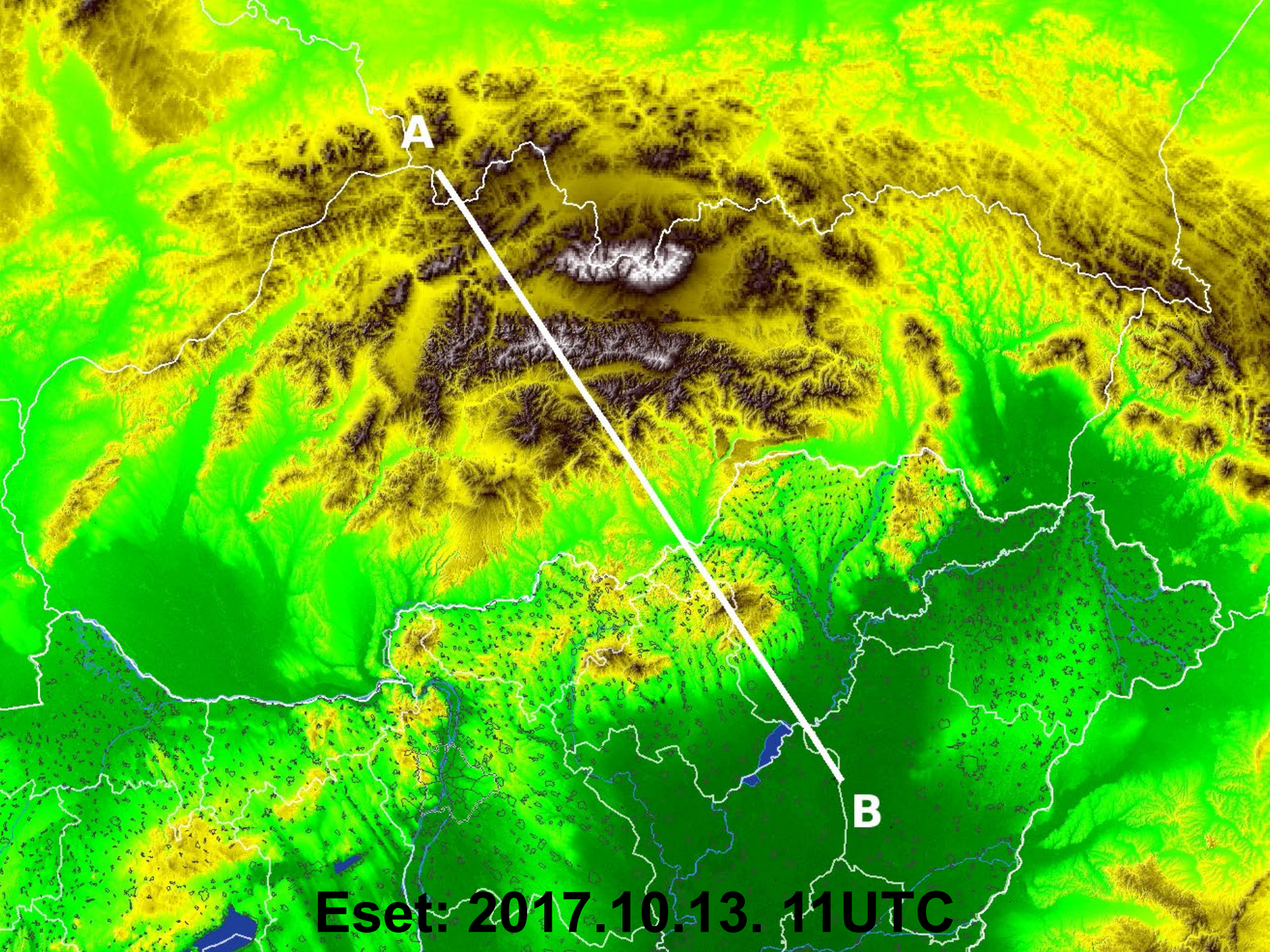






# Aktuális fejlesztés

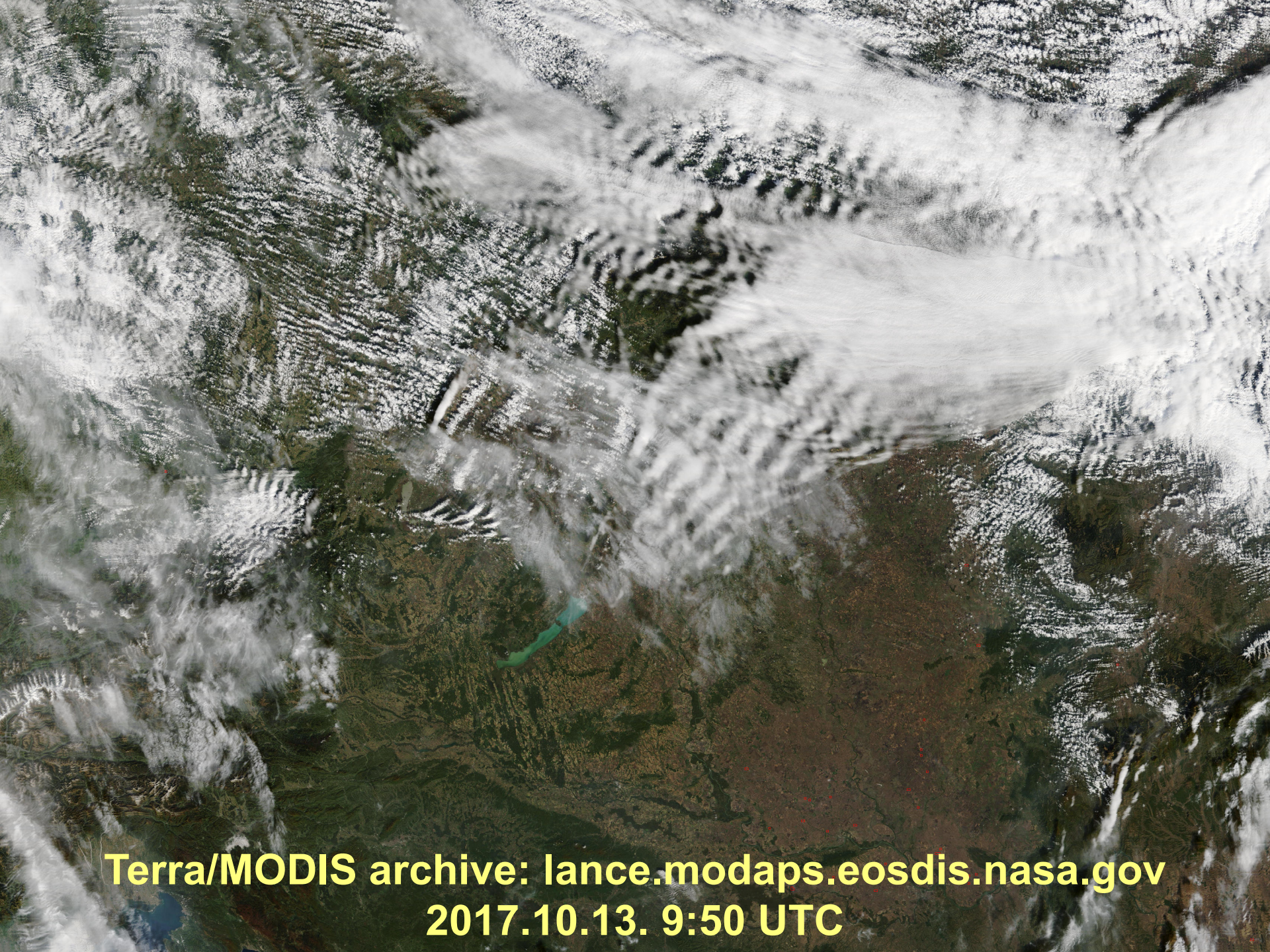
- Repmetes honlap (aviation.met.hu) fizetős részén a „Modell előrejelzések” alatt található „Hullám” részt bővítenénk
  - Eddig: 4 reptérre elérhető időbeli szélprofil
  - Vertikális időbeli metszetek több pontra
  - Vertikális térbeli metszetek több vonalra a jellemző szélirányok mentén
  - Szél (teljes, metszetmenti), relatív nedvesség (felhőmennyiség), (ekvi)potenciális hőmérséklet, vertikális sebesség, **Scorer-paraméter**
  - Probléma: nem lehet verifikálni, mert **nincs megfigyelés**



A

B

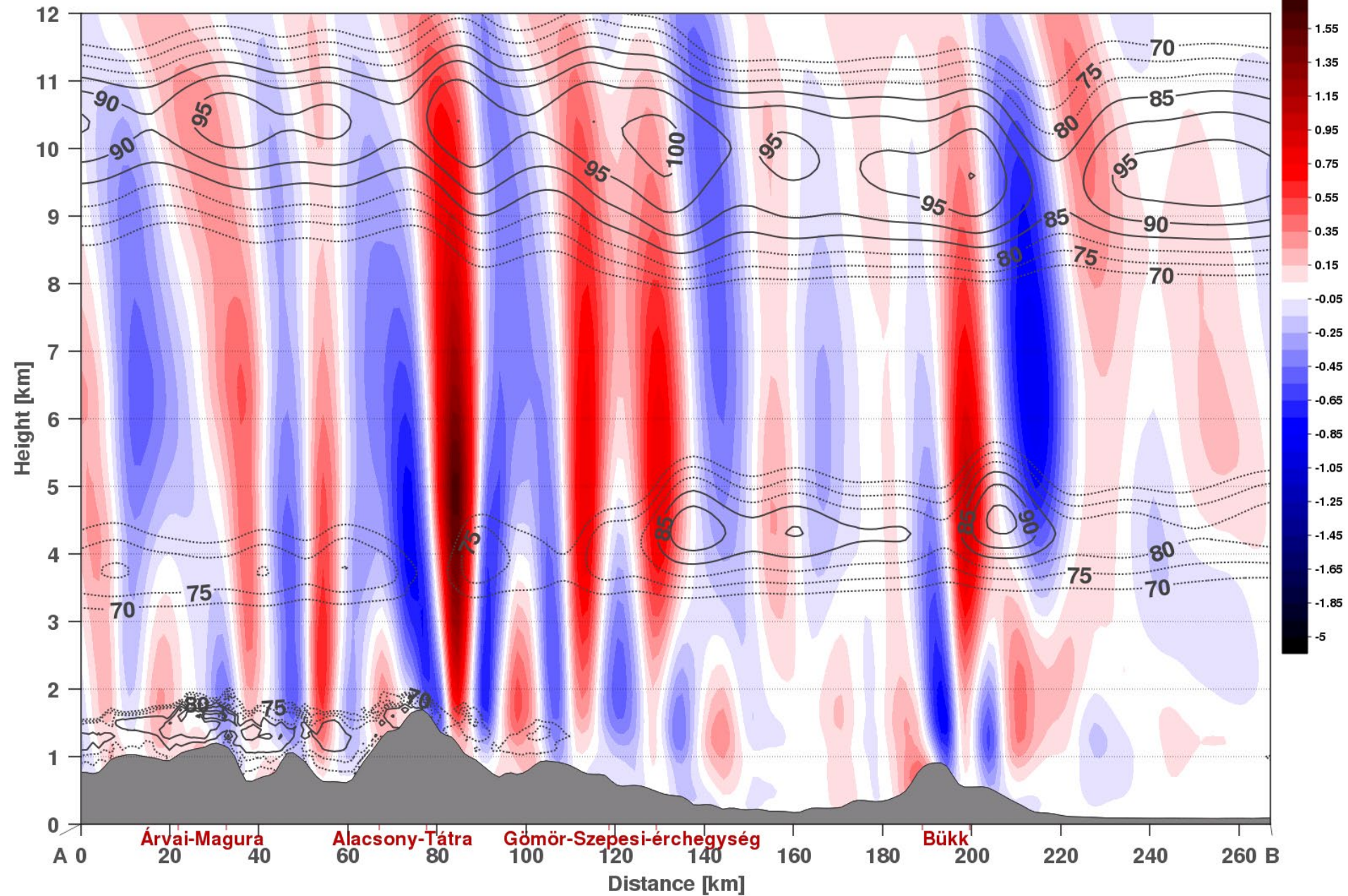
Eset: 2017.10.13. 11UTC



**Terra/MODIS archive: [lance.modaps.eosdis.nasa.gov](http://lance.modaps.eosdis.nasa.gov)  
2017.10.13. 9:50 UTC**

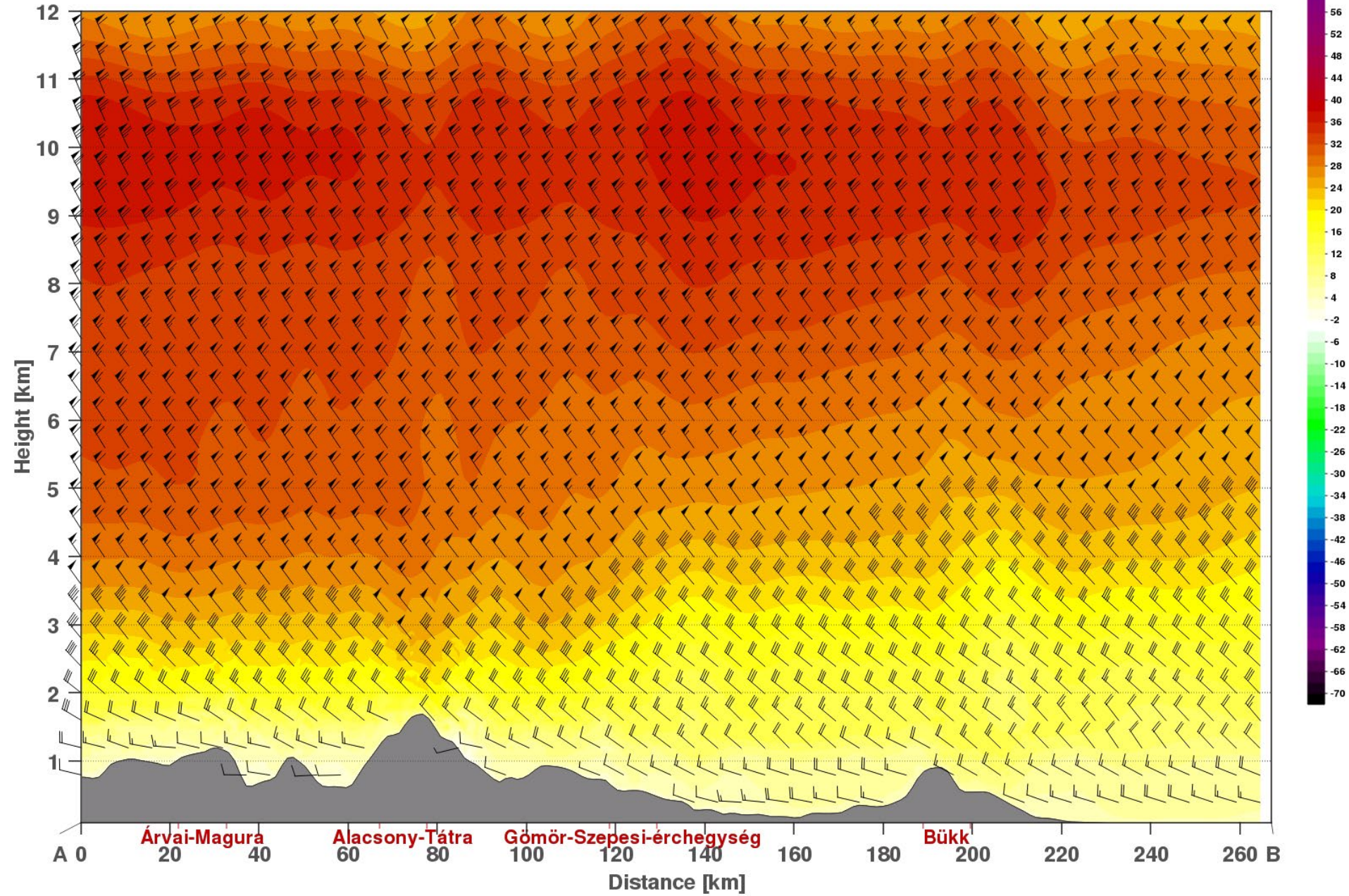
# Vertical velocity [m/s], relative humidity [%], line]

13-10-2017 11:00 UTC



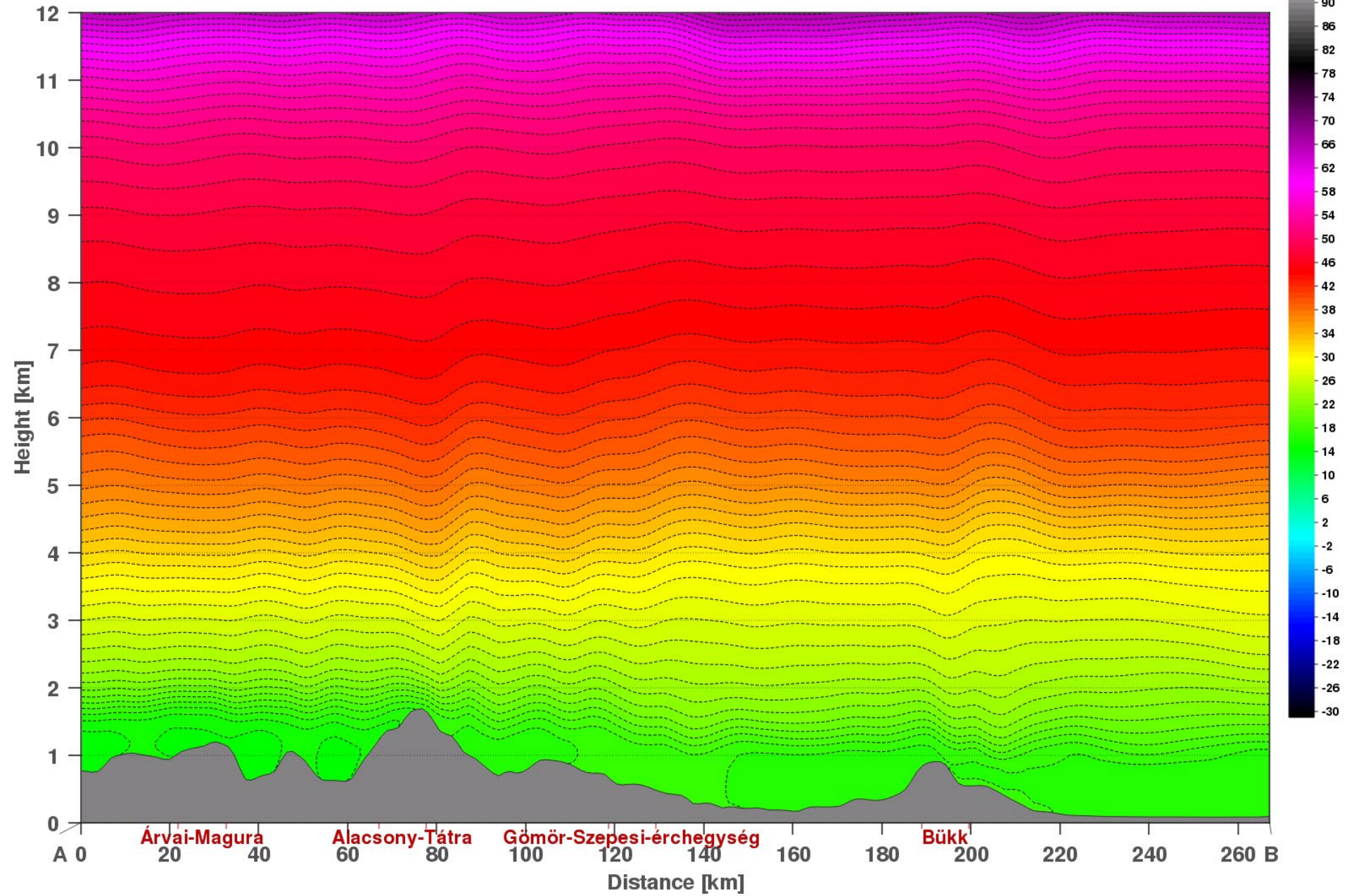
# Horizontal wind [m/s, barb], wind speed along section [m/s, shade]

13-10-2017 11:00 UTC



# Potential temperature [C]

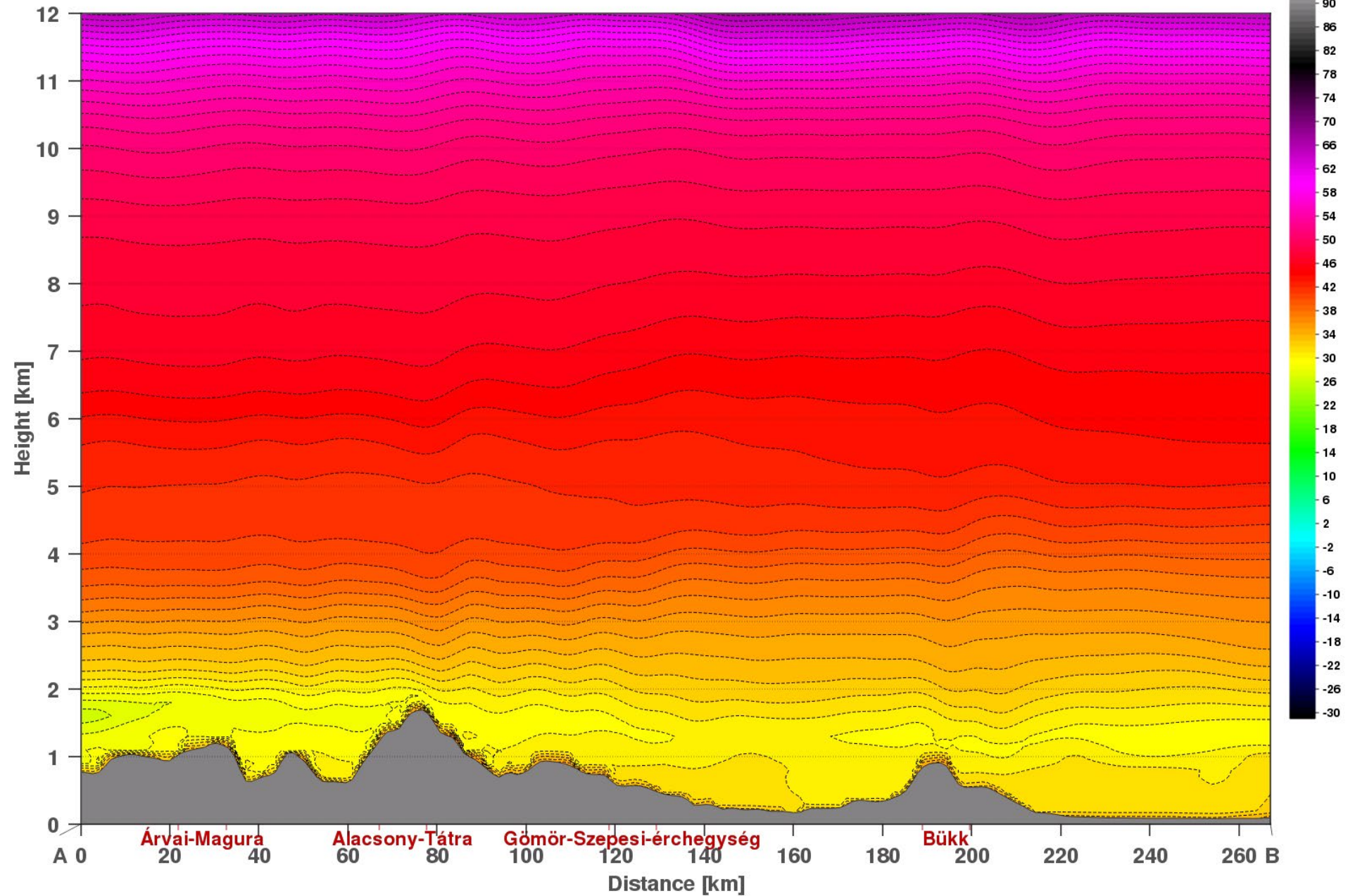
13-10-2017 11:00 UTC





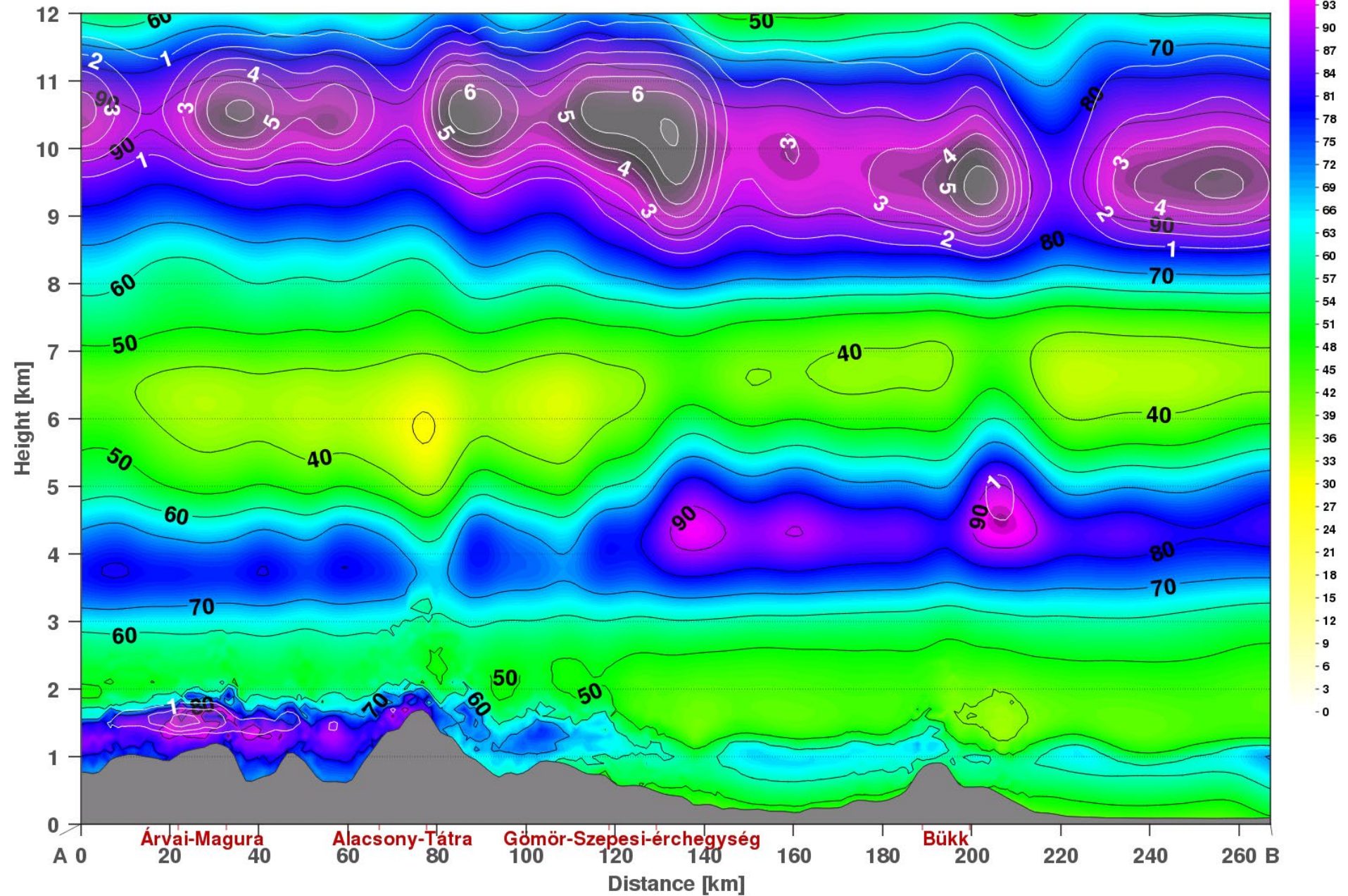
# Equipotential temperature [C]

13-10-2017 11:00 UTC



# Relative humidity [%], Cloud fraction [%, white line]

13-10-2017 11:00 UTC



# Hullámok észlelése

- Gyakran nincs vizuális megnyilvánulásuk
- Ha vannak, akkor:
  - „Hullámfelhők” (Ac lenticularis)
    - Csapdázaltan hullámonak csak a hegy fölött
    - Lencse-sorok szabályos rendben, egy helyben állnak
    - Nagyobb nedvesség esetén gyakran vastagok, össze is érnek (vastagságuk azonban ekkor is szabályosan változik), egyéb felhőrétegek lehetnek körülötte
    - Stabil határréteg fölötti hullám a határréteg tetejének gomolyfelhőit is berendezheti (a repülősök ezeket is rotoroknak hívják, tévesen)
  - „Rotorfelők” (Cu med-con, Cu fra)
    - Hullámhegyek alatt a belső súrlódás miatt zárt cirkuláció
    - Annak tetején gomolyfelhő (akár jóval a lencsék alatt)
    - Egy helyben áll, de jellegzetesen rotál a hegygel párhuzamos vízszintes tengely mentén





**Jacob Kollegger, 2008.03.17, Luino (Italy)**



**Bill Randel, 2002.03.20.**



**Esther Havens, 2011.08.24. Ethiopia**



**Peter A. Salvisberg, Izland**



# Hullámturbulencia

- **Másodlagos jelenségek**
  - Elsődleges rotor (hullámhegy alatt)
  - Másodlagos rotor (hullámvölgy fölött)
  - Lejtővihar (bóra, gyakran hidraulikus „ugrás” a hegylábánál)
  - Hullámtörés (magaslégkörben, SEV CAT!!)
- **Hullámozó réteg határán erős szélnyírás**
  - Segíti az előzők kialakulását
  - Kis skálájú mechanikai turbulencia
- **Előrejelzése**
  - Kis skála miatt jelentős alulbecslés a modellekben
  - Hullámfehők észlelésekor azonnal átgondolni a korábbi előrejelzést!
  - '70-es évek óta a numerikus modellezés került előtérbe, ezért az elméleti leírásuk nem teljes





**gettyimages**<sup>®</sup>

Wil Meinders/ Buiten-beeld/ Minden Pictures



**Köszönöm a figyelmet!**