INSTABILITÁSOK

TASNÁDI PÉTER

ELTE METEOROLÓGIAI TANSZÉK

ÁTTEKINTÉS

- INSTABILITÁSOKRÓL ÁLTALÁBAN
- A RÉSZECSKE MÓDSZER ALKALMAZÁSA
  - HIDROSZTATIKAI
  - TEHETETLENSÉGI
  - SZIMMETRIKUS
- NYÍRÁSI INSTABILITÁSOK
  - KELVIN HELMHOLTZ
  - RAYLEIGH FÉLE
- ROSSBY HULLÁMOK ÉS INSTABILITÁSOK
  - BAROTROP
  - BAROKLIN

MOTIVÁCIÓ

- Időjárás: szabálytalan fluktuációk eredménye
- Az alapállapot mindig instabilis
  - Az instabilitás valamilyen stacionárius állapotból juttat másik stacionárius állapotba
- Leírás:
  - Alapállapot
  - Fluktuációk hatása
- Módszer:
  - Részecske módszer
  - Kicsiny perturbációk, linearizáció

THE DEVELOPMENT OF NUMERICAL METHODS, EVEN TO THE EXTENT OF DIREKT ATTACK USING OBSERVED DATA, DOES NOT ABSOLVE US FROM THE NECESSITY OF UNDERSTANDING THE PRECISE SIGNIFICANCE OF OUR SOLUTIONS.

NOT ONLY DO WE HAVE TO KNOW HOW AND WHERE TO APPROXIMATE, BUT THE RELIABILITY OF OUR SOLUTIONS VARIES WITH TIME, PLACE, AND FORECAST PERIOD.

IN FACT FOR LONG FORECAST PERIODS WHAT IS SIGNIFICANT IS NOT THE DETAIL,
WHICH IS USUALLY PARTIALLY, PERHAPS ENTIRELY, ACCIDENTAL (I. E., DEPENDENT ON MINUTIAE BELOW THE MARGIN OF ERROR),
BUT THE GENERAL NATURE (E.G., PERSISTENTLY SETTLED OR UNSETTLED) OF THE MAJORITY OF POSSIBLE SOLUTIONS

Eady, E. T. (1951)

INSTABILITÁS ÉS ELŐREJELEZHETŐSÉG

Az instabilitás korlátozza az előrejelezhetőséget akkor is igaz, ha az instabilitási skála kisebb mint az előrejelzésé (a kis skálájú mozgás bizonytalansága hibákat visz a nagyobb skálájú mozgás leírásába és elrontja az előrejelzést)

A hibák bevitelének sebességét a kis skálájú mozgás statisztikai szerkezete, nevezetesen az energia spektruma szabja meg.

A kinetikus energia spektrum:

1000-4000 km. Az energia fordítottan arányos a hullámszám harmadik hatványával

1000 km alatt ez a kitevő -5/3 és -2 közé esik

A részecske elmélet alkalmazása

- HIDROSZTATIKAI: Vertikális elmozdulás, felhajtóerő (megm.:Θ)

$$\frac{d^2 w}{dt^2} = -N_0^2 w \quad N_0^2 \equiv \frac{g}{\overline{\theta}} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z}$$

- TEHETETLENSÉGI: Horizontális elmozdulás: Coriolis erő (Megm.: M)

M az abszolút impulzus
Az alapáramlás y (É-i) irányú, geosztrofikus, v csak x függvénye

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = -f \frac{\partial \overline{M}}{\partial x} u$$

EREDMÉNY:

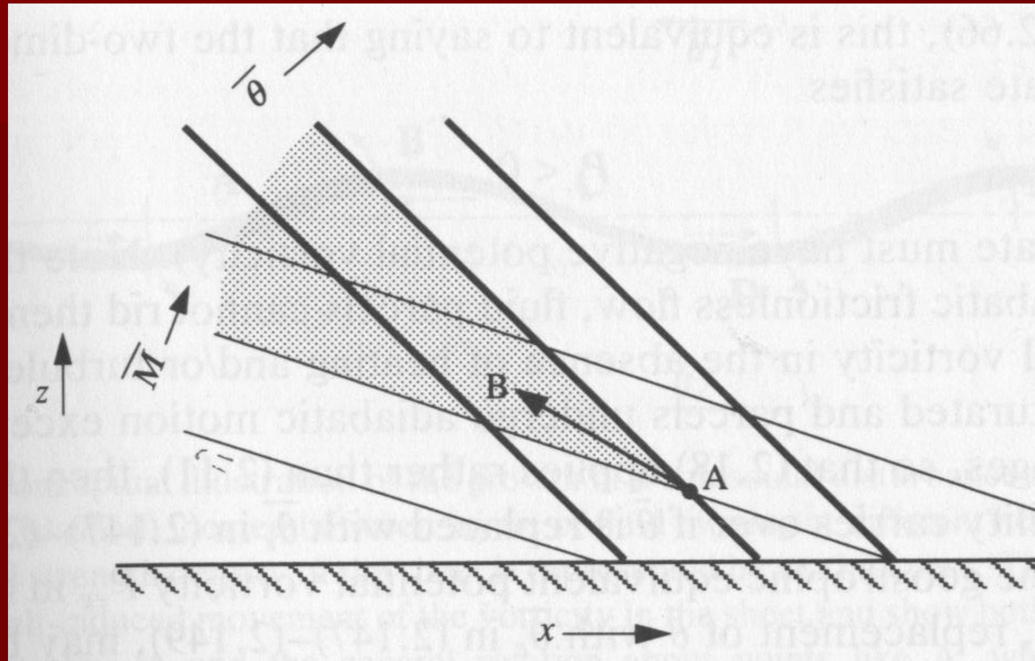
STABILIS ESETBEN: HARMONIKUS REZGÉS

INSTABIL ESETBEN: EXPONENCIÁLIS TÁVOLODÁS

SZIMMETRIKUS INSTABILITÁS

$$N^2 = \frac{g}{\overline{\theta}}\overline{\theta}_{,z} > 0$$

$$f\overline{M}_{,x} > 0$$



A részecske elmozdulása

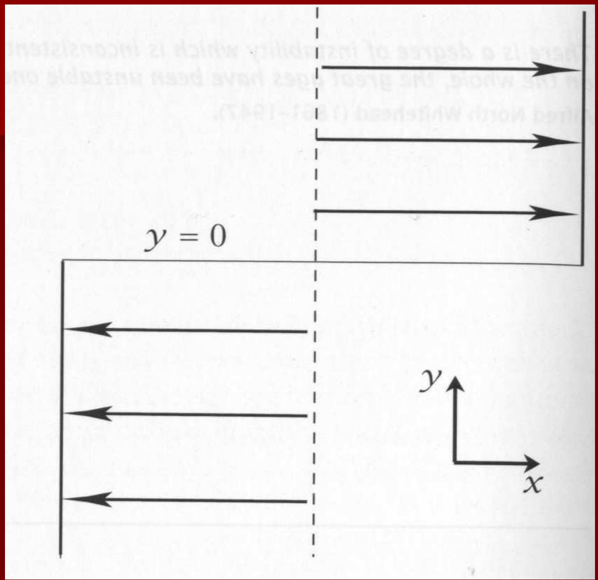
mind függőlegesen, STABILIS

mind vízszintesen

a satírozott tartományban: **NEM.**

FELTÉTEL: A POTENCIÁLIS ÖRVÉNYESSÉG NEGATÍV

KELVIN HELMHOLTZ INSTABILITÁS



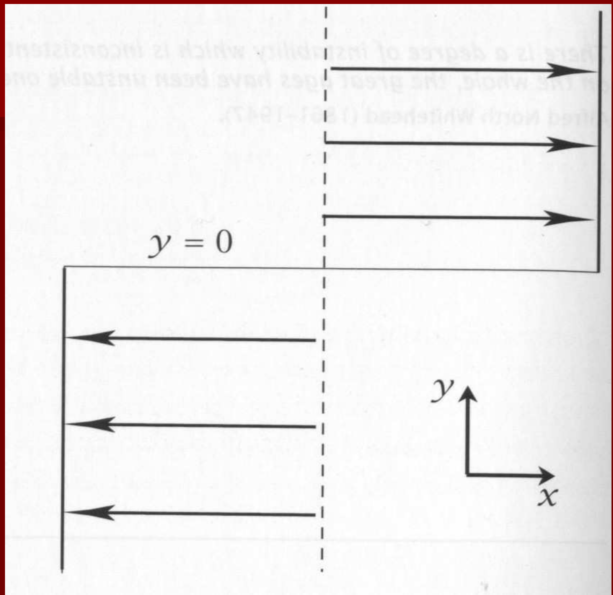
Az alapáramlás x irányú, a réteg határon a sebességnek ugrása van.
A sebesség y-tól nem függ.
A folyadék mindkét irányban mély, az áramlás örvénymentes és összenyomhatatlan.
Leírható sebességpotenciállal, (Laplace egyenlet)
Érvényes a Bernoulli egyenlet

A perturbáció kicsi

Peremfeltételek: A felületi perturbáció nem terjed a végtelenbe (a sebesség mindkét irányban az alapáramlás sebességéhez tart) A nyomás a határfelületen folytonosan megy át

Az egyenletek linearizálhatók

A K-H INSTABILITÁS LEÍRÁSA



A mező kielégíti az Euler egyenletet

A stacionárius megoldás körül linearizált egyenlet

$$v'_{i,t} \pm U v'_{i,x} = -p'_{,i} \qquad v'_{i,i} = 0$$

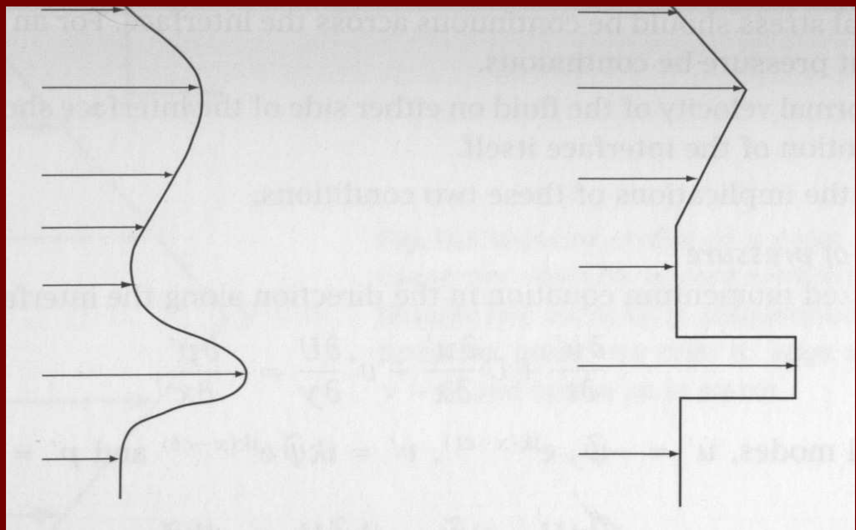
A megoldás a mező változókra $\alpha'_j = \hat{\alpha}_j(y) \exp ik(x - ct)$

A diszperziós reláció $\sigma^2 = k^2 U^2 \quad (\sigma = -ikc)$

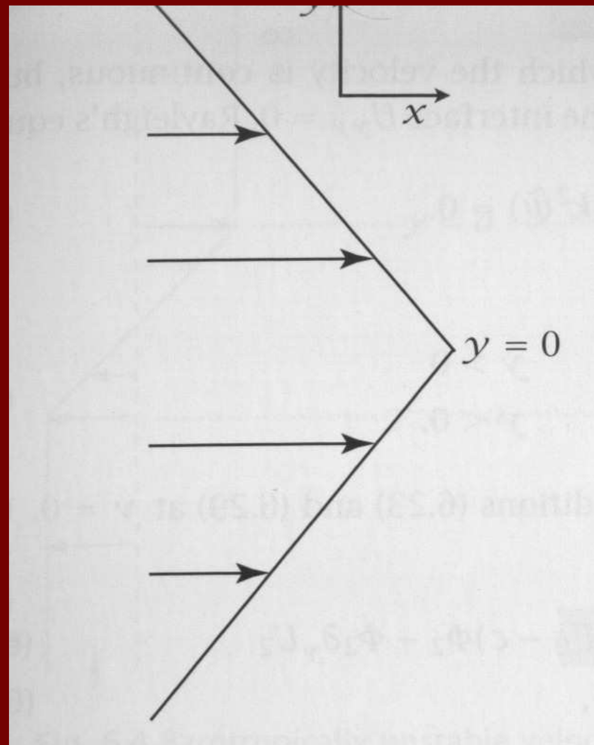
Az áramlás mindig instabil

NYÍRÁSI INSTABILITÁS

Tartományonként állandó sebesség-gradiens



Pontörvény



LEÍRÁS AZ ÖRVÉNYEGYENLETTEL

Párhuzamos áramlás

a leginkább instabil módus kétdimenziós (SQUIRES TÉTEL)

AZ ÖRVÉNYESSÉG MEGMARAD

$$\frac{d\zeta}{dt} = 0$$

Áramfüggvény bevezetésével,
RAYLEIGH egyenlet

$$(U-c)\left(\hat{\psi}_{,yy} - k^2\hat{\psi}\right) + \left(\beta - U_{,yy}\right)\hat{\psi} = 0$$

Illesztési feltételek:

A nyomás folytonosan megy át a határon

$$\Delta\left[(U-c)\hat{\psi}_{,y} - \hat{\psi}U_{,y}\right] = 0$$

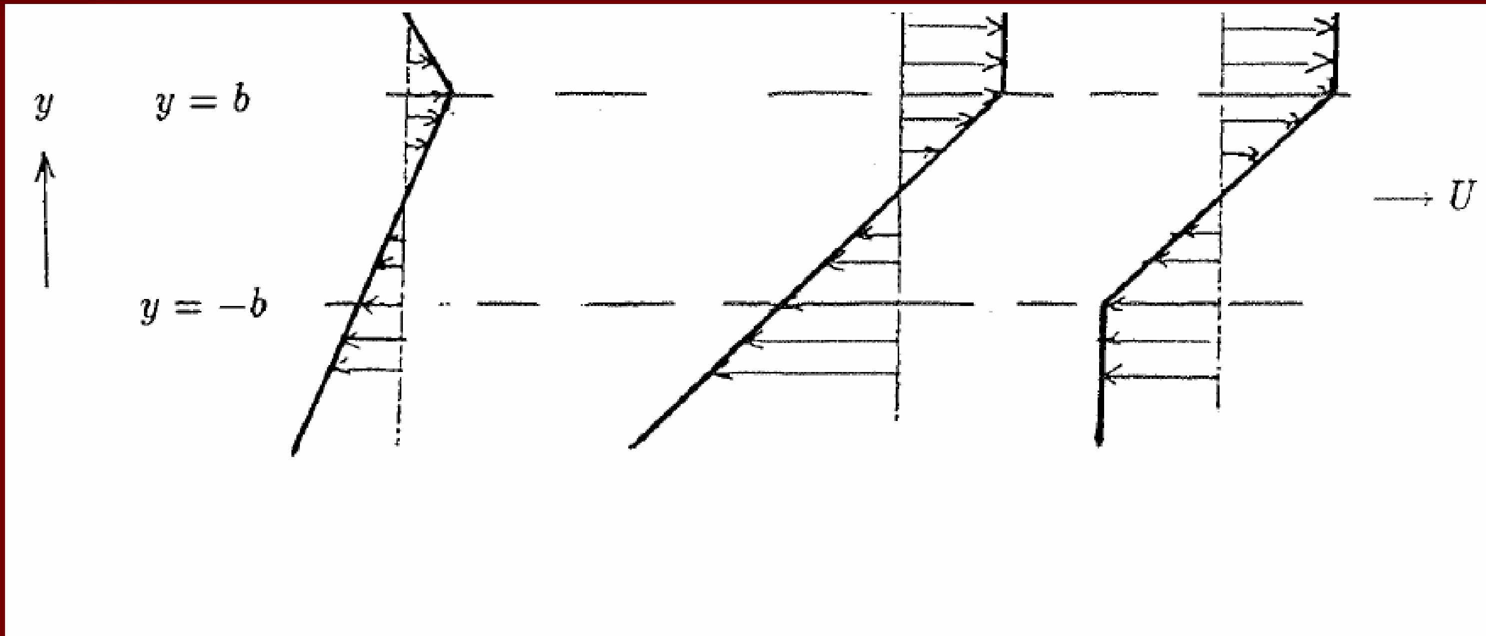
A sebesség normális összetevője

összhangban van a határ mozgásával

$$\Delta\left[\frac{\hat{\psi}}{U-c}\right]$$

A RAYLEIGH INSTABILITÁS

Nyírási instabilitás



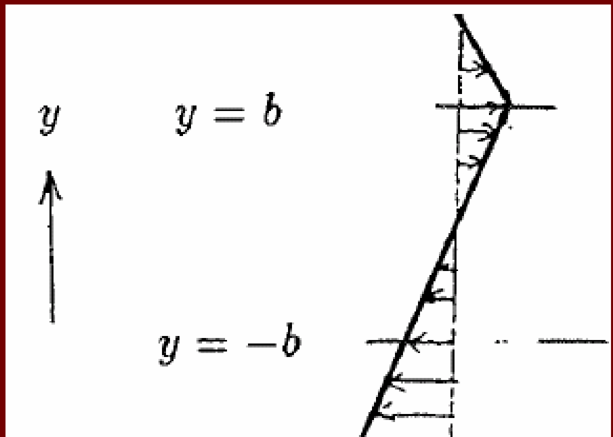
Az első két eset nem instabilis

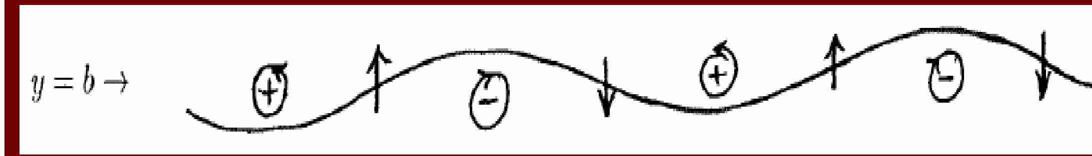
Rayleigh-Kuo $\boxed{\beta - U_{,yy}}$ jelet vált

Fjortoft

ROSSBY HULLÁMOK A SEBESSÉG-GRADIENS UGRÁS MENTÉN I.

SZEMLÉLETES KÉP





A sebesség perturbáció negyed hullámmal eltolódik a felületen képződő hullámhoz képest

A jobbra (K-felé) U sebességgel mozgó koordinátarendszerben a felületi hullám balra (NY-felé) mozog.

Az áramlási függvény perturbációk éppen ellentétes fázisban vannak az örvényesség perturbációkkal, azaz azonos fázisban a felületelmozdulással

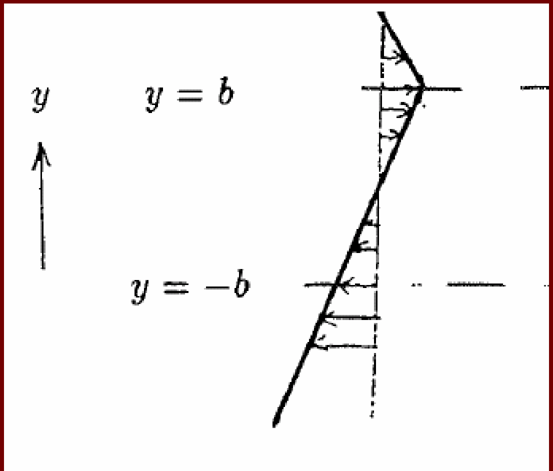
ROSSBY HULLÁMOK A SEBESSÉG-GRADIENS UGRÁS MENTÉN II.

MATEMATIKAI LEÍRÁS

Linearizált örv. perturbációs egyenlet

$$\zeta'_{,t} + U\zeta'_{,x} - v'U_{,yy} = 0$$

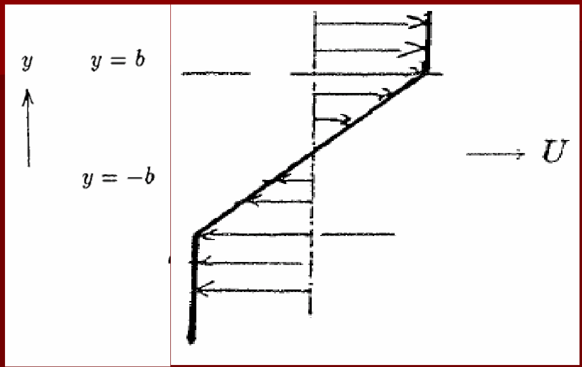
$$\left(\partial_t + U\partial_x\right)\zeta' = 0 \quad y \neq \pm b$$



$$\left(\partial_t + U\partial_x\right)\left[\psi'_{,y}\right]_-^+ - \psi'_{,x}\left[U_{,y}\right]_-^+ = 0 \quad y = \pm b$$

$$c = U(b) - \frac{1}{2k}\left(-\left[U_{,y}\right]_-^+\right)$$

AZ INSTABILITÁS LEÍRÁSA



$$\hat{\psi} = \begin{cases} A\mathrm{sh}(2kb)exp\left[-k(y-b)\right] & (y > b) \\ A\mathrm{sh}k(y+b) + B\mathrm{sh}k\left[(y-b)\right] & (-b < y < b) \\ B\mathrm{sh}(2kb)exp\left[k(y+b)\right] & (y < -b) \end{cases}$$

A dimenziótlan sebesség
hosszú hullámú határesetben

$$c' = \pm i\left(1 - \frac{2}{3}\delta\right)$$

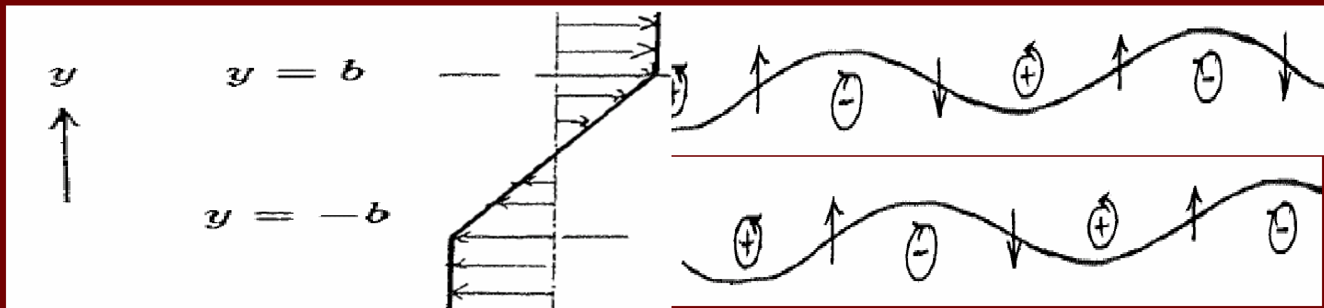
$$c'^2 = \left(\frac{c}{2U_{,y}b}\right)^2$$

$$\delta = 2kb$$

Az áramlás hosszú hullámú perturbációkkal szemben instabilis

A FIZIKAI KÉP

A két, gradiens ugrási felületen egy-egy Rossby hullám terjed



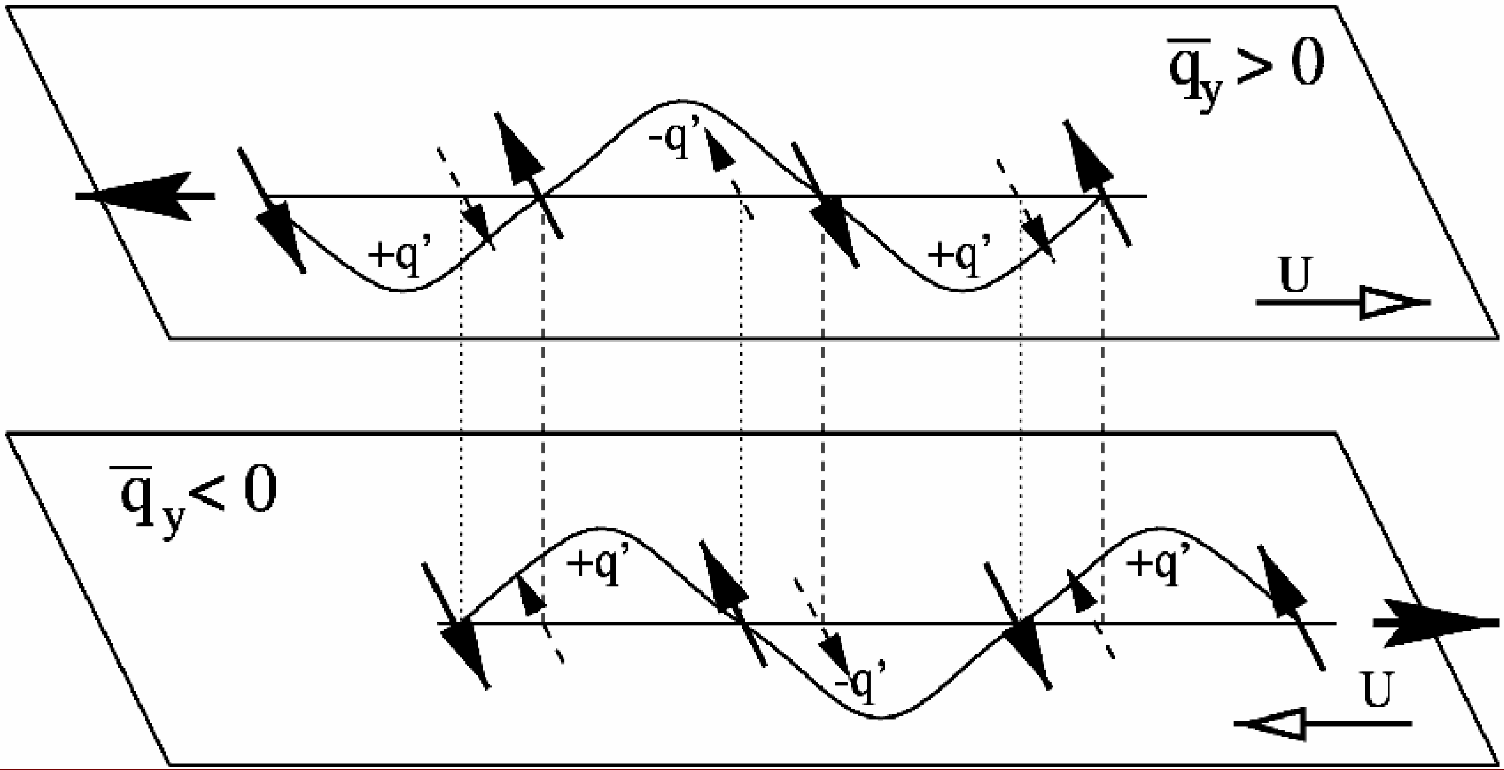
Az y=-b felületen terjedő hullámhoz képest az y=b felületen terjedő hullám sebessége negyed periódusnyit siet. Az örvényesség határesetben fél periódusnyit siet.

A materiális kontúr elmozdulása $\eta\left(x, y = \pm b\right) \sim \zeta'\left(x, y = \mp b\right)$

Hosszúhullámú határesetben a „szalag” együtt hullámzik
Rövid hullámok esetén a két Rossby hullám független

BAROKLIN INSTABILITÁS

AZ ÖRVÉNYESSÉG HELYETT AZ EGYENLETEKET
A POTENCIÁLIS ÖRVÉNYESSÉGRE ÍRJUK FEL



Cél: kvantitatív leírást adni a nemlineáris folyamatokra, amelyek valóságos légköri helyzetekre alkalmazhatók

A légköri helyzetet lehetőleg egyszerűsítsük de használjunk nemlineáris egyenleteket

Fejlesszük az instabilitás leírását komplex áramlási helyzetekre