A mikroskálájú modellek turbulencia peremfeltételeiről

Balogh Miklós

Adjunktus

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

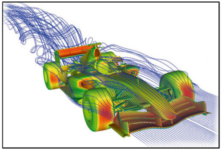
Gépészmérnöki Kar

Áramlástan Tanszék

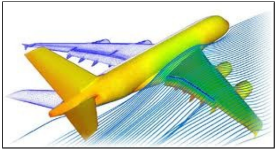
2017.11.23.

Általános célú CFD megoldók alkalmazása

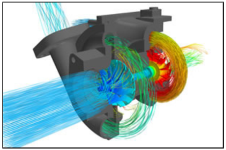
BMW Sauber AG.©

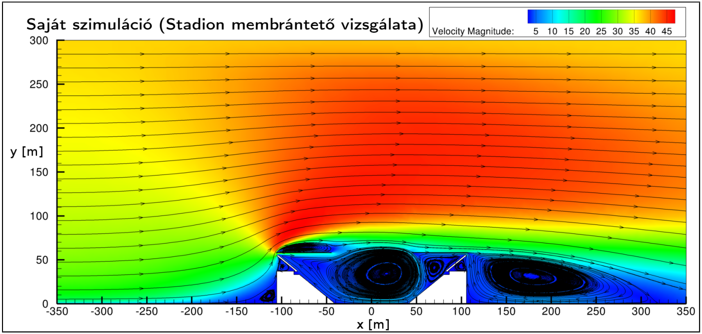


HiTech CFD©



Desktop Engineering©





Hidro-Termodinamikai Egyenletrendszer (HTE)

Megmaradási tételek gázokra

- Impulzusmegmaradás (Navier–Stokes egyenletek):

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \left[\nabla^2 \boldsymbol{u} + \frac{1}{3} \nabla \left(\nabla \cdot \boldsymbol{u} \right) \right] + \boldsymbol{g}$$

- Tömegmegmaradás (kontinuitás):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}) = 0$$

- Energiamegmaradás (energia egyenlet):

$$\frac{\partial \left(\rho c_p T \right)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho c_p T \boldsymbol{u}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + H$$

Anyagtulajdonságok:

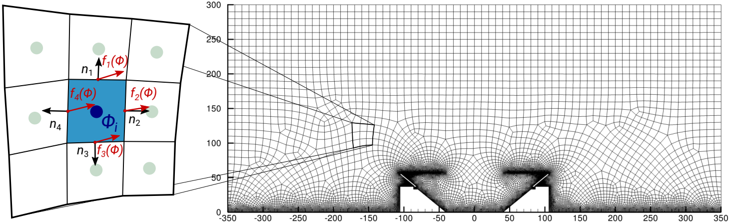
- Az ideális gáz állapotegyenlete:

$$p = \rho R T$$

A HTE Numerikus közelítő megoldása (CFD)

- Mivel az általános analitikus megoldás ismeretlen, numerikus módszereket alkalmazunk
  - Térbeli diszkretizáció (rács vagy cellahálózat)
  - Időbeli diszkretizáció (időlépés)
  - Peremfeltételek (a korlátos tartomány határain)
  - Kezdeti feltételek (a rendszer kezdeti állapota)
- A hatékonyság érdekében:
  - Egyszerűsítjük a geometriát
  - Egyszerűsítjük az egyenleteket
    - Időfüggés
    - Összenyomhatóság
    - Turbulens jelleg
    - Ideális koordináta-rendszer
  - Modellezzük a bonyolult folyamatokat (pl. a turbulenciát)

Térbeli diszkretizáció – Véges Térfogat Módszer



$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot f(\Phi) = 0$$

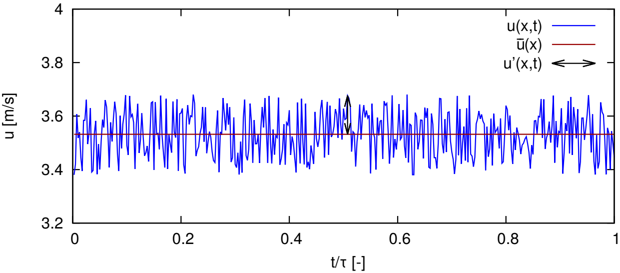
$$\int_V \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot f(\Phi) \right] dV = 0$$

$$\int_V \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV + \int_A f(\Phi) \cdot \boldsymbol{n} dA = 0$$

$$V_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + \sum_j f_j(\Phi_i) \cdot \boldsymbol{n} A_j = 0$$

Modellezés: Reynolds átlagolt N–S (RANS)

- Felbontjuk a változókat: $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) = \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x}, t)$
- Visszahelyettesítés után átlagoljuk az egyenleteket
- Az átlagolt egyenletek nem zártak, magasabb rendű nem-lineáris tagok maradnak: $-\overline{u_i' u_j'}$



A Reynolds feszültségek modellezése

Egyszerűsítések a továbbiakban:

- Összenyomhatatlan közeg: $\rho =$ konstans 1 kg m^{-3}
- Nagy viszkozitás-arány: $\nu \ll \nu_t$

Boussinesq hipotézis (ν_t örvényviszkozitással):

- $-\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij},$
- ahol $k = \frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'}$ a turbulens kinetikus energia (TKE).

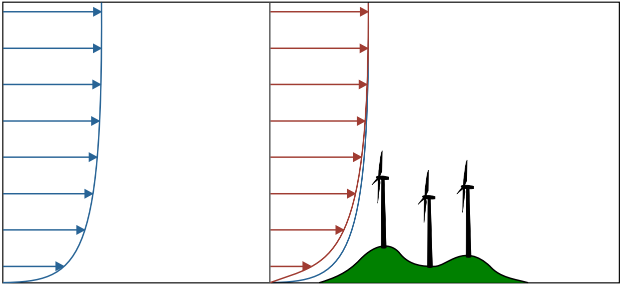
Örvényviszkozitás modellezése (két egyenletes modell):

- $\nu_t = c_1 \sqrt{k} l_m$, ahol $l_m = c_2 k^{1.5} \epsilon^{-1}$ a keveredési úthossz.
- Transzport egyenletek a turbulens kinetikus energiára és disszipációjára (ϵ-ra).

Inhomogenitás - légköri profilok elfajulása

Általános célú megoldók turbulenciamodelljei légköri áramlásra:

- Elmélet: A teljesen kialakult légköri profilok mellett a határréteg áramlásirányban homogén
- Valóság: A mérési tapasztalatokkal jól egyező légköri profilok elfajulnak az áramlásirány mentén



Peremfeltételek és a modell összhangja

- Ki kell elégítenünk az 1D turbulenciamodellt ($k - \epsilon$):

$$\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_w = u_\tau^2$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right) + P_k - \epsilon + S_k = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}\frac{\partial \epsilon}{\partial z}\right) + C_{\epsilon 1} P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2}\frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon = 0$$

- Ahol a ν_t örvényviszkozitásra és P_k TKE produkcióra:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, \; P_k = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2$$

Megfelelő belépő peremfeltételek

- Mérési tapasztalatokkal jól egyező profilok:

$$u(z) = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln\left(\frac{z+z_0}{z_0}\right)$$

$$k(z) = A \ln\left(\frac{z+z_0}{z_0}\right) + B\left(\frac{z+z_0}{z_0}\right)^2 + C\left(\frac{z+z_0}{z_0}\right) + D$$

$$\epsilon(z) = \frac{u_\tau k \sqrt{C_\mu}}{\kappa\,(z+z_0)}$$

- Kielégítik az 1D $k-\epsilon$ modellt
  - Megfelelő C_μ, S_k és S_ϵ függvényekkel.

Megfelelő alsó (fali) peremfeltételek (u, k, ϵ, ν_t, P_k)

- Sebesség a falon: $u\left(z=0\right)=0$
- Turbulens kinetikus energia a falon: $\left.\frac{\partial k}{\partial z}\right|_{z=0}=0$
- Disszipáció a fal melletti első cellában:
  - Turbulens egyensúlyt feltételezve:

$$P_k=\nu_t\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2=C_\mu\frac{k^2}{\epsilon}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2=\epsilon$$

  - Implementáció:

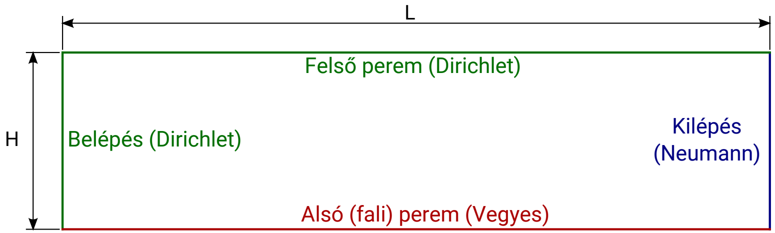
$$\epsilon=\frac{C_\mu^{0.75}k^{1.5}}{\kappa\left(z+z_0\right)}\text{ és }P_k=\nu_t\left|\frac{\partial u}{\partial z}\right|\frac{C_\mu^{0.25}k^{0.5}}{\kappa\left(z+z_0\right)}$$

- Örvényviszkozitás a fal melletti első cellában:

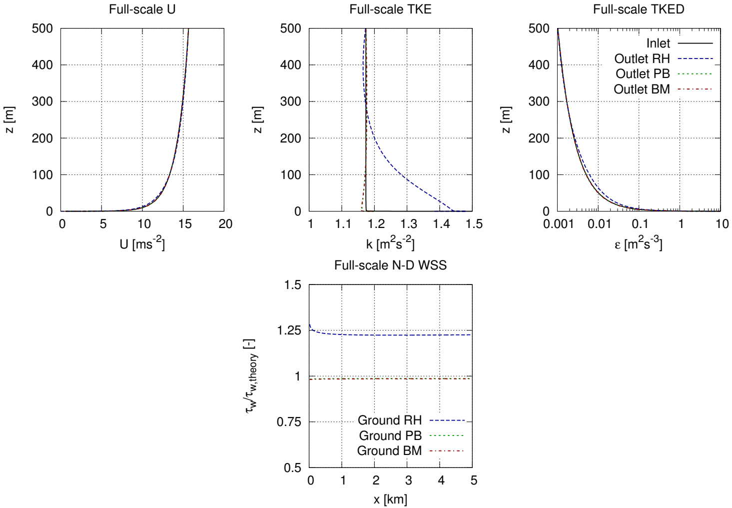
$$\tau_w=u_\tau^2=\nu_t\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\approx\nu_t\frac{u}{z}\rightarrow\nu_t=\frac{\kappa u_\tau z}{\ln\left(\frac{z+z_0}{z_0}\right)}$$

Validáció

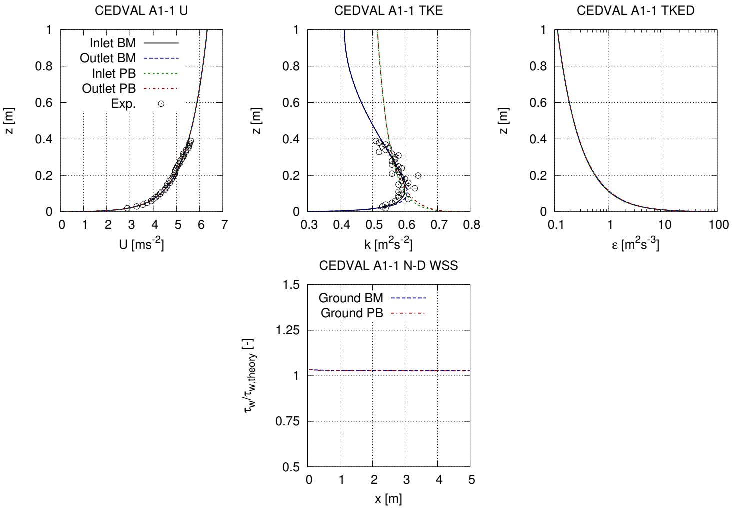
- 2D validáció valós skálán
    - Tipikus légköri léptékű alkalmazás ($L = 5\text{km}$, $H = 500\text{m}$)
- 2D validáció laboratóriumi skálán
    - CEDVAL A1 ($L = 5\text{m}$, $H = 1\text{m}$)
    - TOKYO UNI WT ($L = 5\text{m}$, $H = 0.5\text{m}$)
    - ERCOFTAC 69 ($L = 5\text{m}$, $H = 1.6\text{m}$)



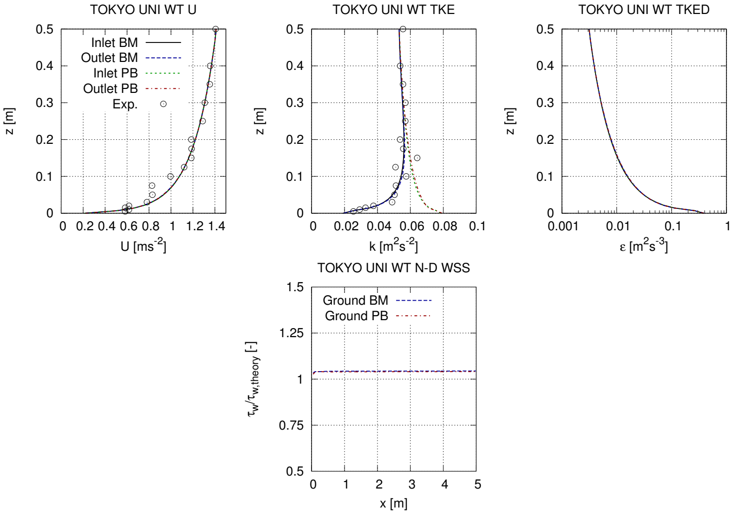
Tipikus légköri léptékű alkalmazás



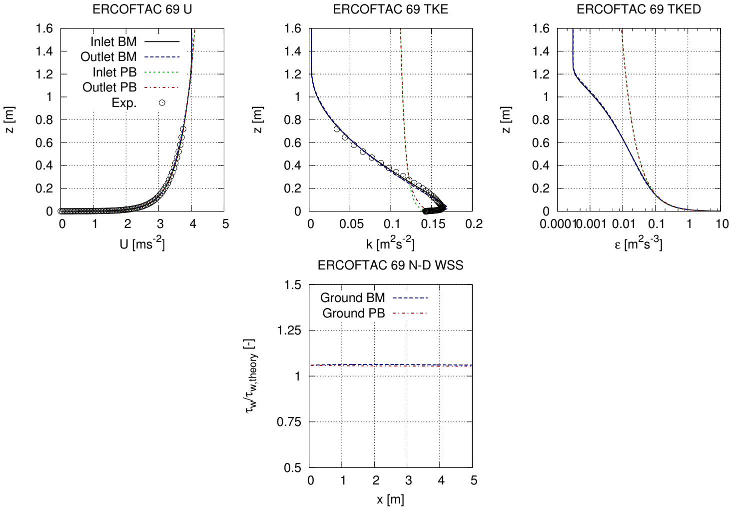
CEDVAL A1-1


CEDVAL A1-1 U
Inlet BM
Outlet BM
Inlet PB
Outlet PB
Exp.
z [m]
U [ms-2]
CEDVAL A1-1 TKE
z [m]
k [m2s-2]
CEDVAL A1-1 TKED
z [m]
ε [m2s-3]
CEDVAL A1-1 N-D WSS
Ground BM
Ground PB
τw/τw,theory [-]
x [m]

TOKYO UNI WT


TOKYO UNI WT U
Inlet BM
Outlet BM
Inlet PB
Outlet PB
Exp.
z [m]
U [ms^-2]
TOKYO UNI WT TKE
k [m^2s^-2]
TOKYO UNI WT TKED
ε [m^2s^-3]
TOKYO UNI WT N-D WSS
Ground BM
Ground PB
τ_w/τ_w,theory [-]
x [m]

ERCOFTAC 69


ERCOFTAC 69 U
Inlet BM
Outlet BM
Inlet PB
Outlet PB
Exp.
z [m]
U [ms-2]
ERCOFTAC 69 TKE
z [m]
k [m2s-2]
ERCOFTAC 69 TKED
z [m]
ε [m2s-3]
ERCOFTAC 69 N-D WSS
Ground BM
Ground PB
τw/τw,theory [-]
x [m]

Köszönöm a figyelmet!

A modell adaptációja komplex domborzat feletti áramlásokra

A homogén légköri határrétegek modellezésére fejlesztett turbulencia modell komplex domborzat felett nem teljesít jól

- A határréteg szabad fejlődését korlátozzák a bevezetett forrástagok

Tetszőleges felszín feletti határrétegekre:

- Közömbösítjük az S_k és S_ϵ forrástagokat
- A lokális sebességeltérés alapján ($|u_{hom} - u_{lok}|$)
- Folytonosan sima átmenetet biztosítva
- Szinuszoidális átkeverő függvénnyel

Az Askervein hegy (TU03-B)

Turbulencia PF

Balogh Miklós

Bevezető

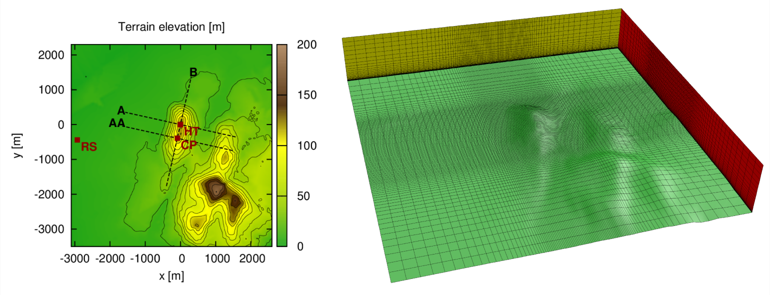
Módszertan

Modellezés

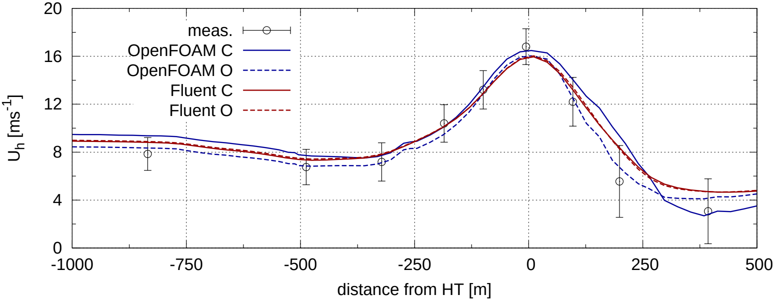
Perem-feltételek

Validáció

Háló	$n_i \times n_j \times n_k$	Δx_{min} és Δy_{min}	Δz_{min}
Durva felbontás	$151 \times 184 \times 35$	$15m$	$0.8m$



3D validáció (u_h az A vonal mentén)



3D validáció (w az A vonal mentén)