

# TÖBBDIMENZIÓS ÉGHAJLATI IDŐSOROK EXTRÉMUMAINAK VIZSGÁLATA

IZSÁK BEATRIX, OMSZ ÉGHAJLATI OSZTÁLY

SZENTIMREY TAMÁS, VARIMAX

PONGRÁCZ RITA, ELTE METEOROLÓGIAI TANSZÉK

LAKATOS MÓNIKA, OMSZ ÉGHAJLATI OSZTÁLY

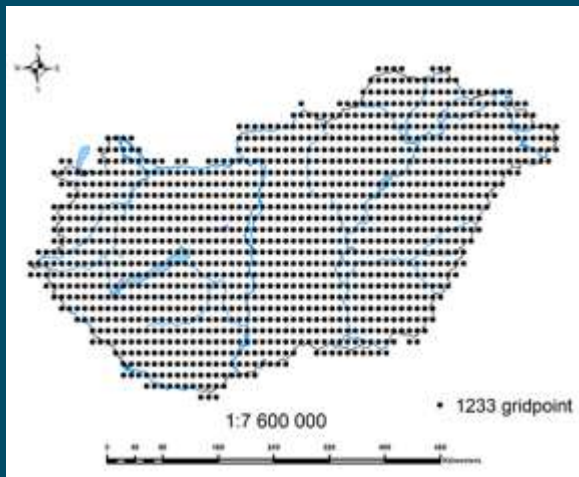
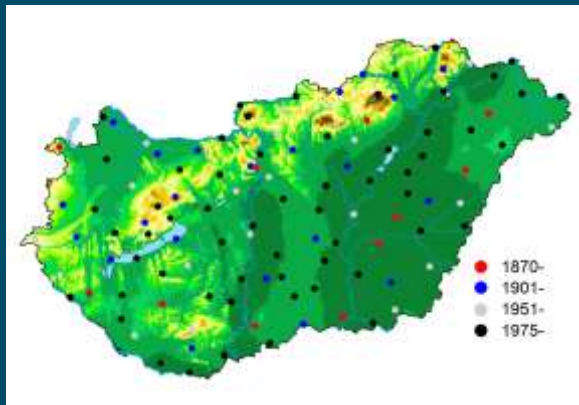
METEOROLÓGIAI TUDOMÁNYOS NAPOK

2021. NOVEMBER 18.

A MAGYAR TUDOMÁNY ÜNNEPE



*Tudomány: iránytű az elérhető jövőhöz*



## Adatszervezés

Jó minőségű, reprezentatív meteorológiai adatok biztosítása, mégpedig térben és időben egyaránt: adatpótlás, adatellenőrzés, homogenizálás, térbeli interpoláció.

-**MASHv3.03** (Multiple Analysis of Series for Homogenization; Szentimrey, T.)

**Állomás adatsorok homogenizálása, ellenőrzése és pótlása**

-**MISHv1.03** (Meteorological Interpolation based on Surface Homogenized Data Basis; Szentimrey, T. and Bihari, Z.)

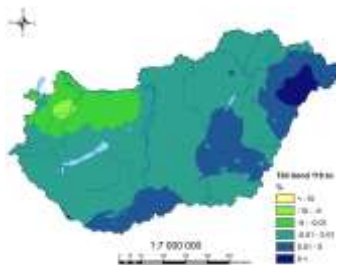
**Éghajlati statisztikai paraméterek modellezése, meteorológiai adatok interpolációja és pótlása**

# Éghajlati idősorok vizsgálata

## Egydimenzióban:

- extrém fogalma ismert (maximum és minimum)
- bekövetkezés időpontja egyértelműen meghatározott
- statisztikai vizsgálat: éghajlatváltozás

	Leghidegebb	Legmelegebb	Legszárazabb	Legcsapadékosabb
1	1940	2019	2011	2010
2	1875	2018	2000	1940
3	1888	2014	1971	1915
4	1881	2015	1983	1965
5	1879	2007	1917	1999
6	1956	1994	2003	1937
7	1871	2000	1921	1944
8	1980	2020	1947	1878
9	1893	1934	1961	1879
10	1870	1872	1986	1955



Kiindulási előzmény: Szentimrey T.: **Többdimenziós éghajlati idősorok extrémumainak vizsgálata**, 1999. Meteorológiai Tudományos Napok

# A többdimenziós extrémum értelmezésének problematikája

1. Melyik vektorváltozó tekinthető extrémnek?
2. Az extrémum vizsgálata alapján, hogyan tesztelhető a vektorváltozók azonos eloszlására vonatkozó nullhipotézis?
3. Hogyan magyarázható az extrémitás a komponensek részrendszerével?

"Alapvető" probléma:

a vektorváltozók eloszlásának becslése, ugyanakkor viszont a komponensek eloszlása, illetve a közöttük lévő korrelációs kapcsolat viszonylag jól becsülhető.



## Többdimenziós idősor

- $\mathbf{X}(t) = [X_1(t), \dots, X_N(t)]^T$  ( $t = 1, 2, \dots, n$ ) **teljesen független, azonos eloszlású valószínűségi vektorváltozók.**
- Az együttes vizsgálatnál viszont lényeges, hogy egyik komponensnek se legyen domináns szerepe, ezért törekedni kell az eloszlások "hasonlóságára".  
➡ *Transzformáció szükséges*

### Transzformált vektorváltozók:

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{X}(t)) = [h_1(X_1(t)), \dots, h_N(X_N(t))]^T \quad (t = 1, 2, \dots, n)$$

feltéve, hogy  $P(X_j(t) \in (a_j, b_j)) = 1$ , és  $h_j(x)$  szigorúan monoton növekvő az  $(a_j, b_j)$  intervallumon ( $j = 1, 2, \dots, N$ ).

- $Z_j(t) \in N(0, 1)$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ )

# Példák transzformációra

1. **évi csapadékösszeg:**  $X_1(t) \in \Gamma(p, \lambda)$   $t=1, \dots, n$

$$Z_1(t) = \Phi^{-1} \left( G(X_1(t)) \right) \in N(0, 1) \quad t=1, \dots, n$$

Ahol  $G(x)$  jelöli a  $\Gamma(p, \lambda)$  eloszlásfüggvényét és  $\Phi^{-1}$  a standard normális eloszlásfüggvény inverze. (SPI)

2. **évi középhőmérséklet:**  $X_2(t) \in N(m, \sigma^2)$   $t=1, \dots, n$

$$Z_2(t) = \Phi^{-1} \left( F(X_2(t)) \right) = \frac{X_2(t) - m}{\sigma} \in N(0, 1) \quad t=1, \dots, n$$

ahol  $F(x)$  jelöli a  $N(m, \sigma^2)$  eloszlásfüggvényét. (STI)

Együtt: SPTI (Standardized Precipitation and Temperature Index)

# Többdimenziós extrémumok

A valószínűségi eloszláson alapuló normamódszer szerint a  $\mathbf{Z}(t)$  vektorváltozók  $\mathbf{R}^{-1}$ - normáját számítjuk ki:

$$\|\mathbf{Z}(t)\|_{\mathbf{R}^{-1}} = (\mathbf{Z}(t)^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Z}(t))^{\frac{1}{2}}.$$

$$\mathbf{Z}(t_e) \text{ extrém} : \|\mathbf{Z}(t_e)\|_{\mathbf{R}^{-1}} = \max_{1 \leq t \leq n} \|\mathbf{Z}(t)\|_{\mathbf{R}^{-1}}$$

Ahol  $\mathbf{R} = E(\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}(t)^T)$  a korreláció mátrix.

A fenti norma alapján:

Elfogadható, hogy az eloszlásban nincs változás, ha  $\|\mathbf{Z}(t_e)\|_{\mathbf{R}^{-1}} \leq \alpha$  ahol  $\alpha$  egy adott szignifikancia-szinthez tartozó kritikus érték.

## Részrendszerek vizsgálata:

$J = \{ j_1, \dots, j_L \} \subseteq \{ 1, 2, \dots, N \}$  indexhalmaz

A részrendszer  $\mathbf{R}_J^{-1}$ - normáját számítjuk ki.

## Extrém részrendszer:

Rögzített  $t$  időpontban az összes  $L$  elemű részrendszer közül a legnagyobb normaértékkel bíró rendszer lesz az extrém  $L$  dimenziós részrendszer, normája:  $STL(t)$

**Extrém részrendszerek statisztikáinak sorozata:**  $(t = 1, \dots, n)$

$$\max_{1 \leq j \leq N} \sqrt{(Z_j(t))^2} = ST1(t) \leq ST2(t) \leq \dots \leq STN(t) = \|\mathbf{Z}(t)\|_{\mathbf{R}^{-1}}$$



# Kritikus értékek

A 0,1-es szignifikancia szinten két kritikus értéket definiálunk:

- bármelyik  $STN(t)$  ( $t = 1, 2, \dots, n$ ) statisztika, 0,1 valószínűséggel érheti el a **cr1** kritikus értéket,
- az  $STN(t)$  ( $t = 1, 2, \dots, n$ ) statisztikák maximuma, legfeljebb 0,1 valószínűséggel érheti el a **cr2** kritikus értéket.

A kritikus értékek meghatározásánál feltételeztük a transzformált komponensek normalitását.

Cr2: Kritikus értékek  $t=150$  esetén

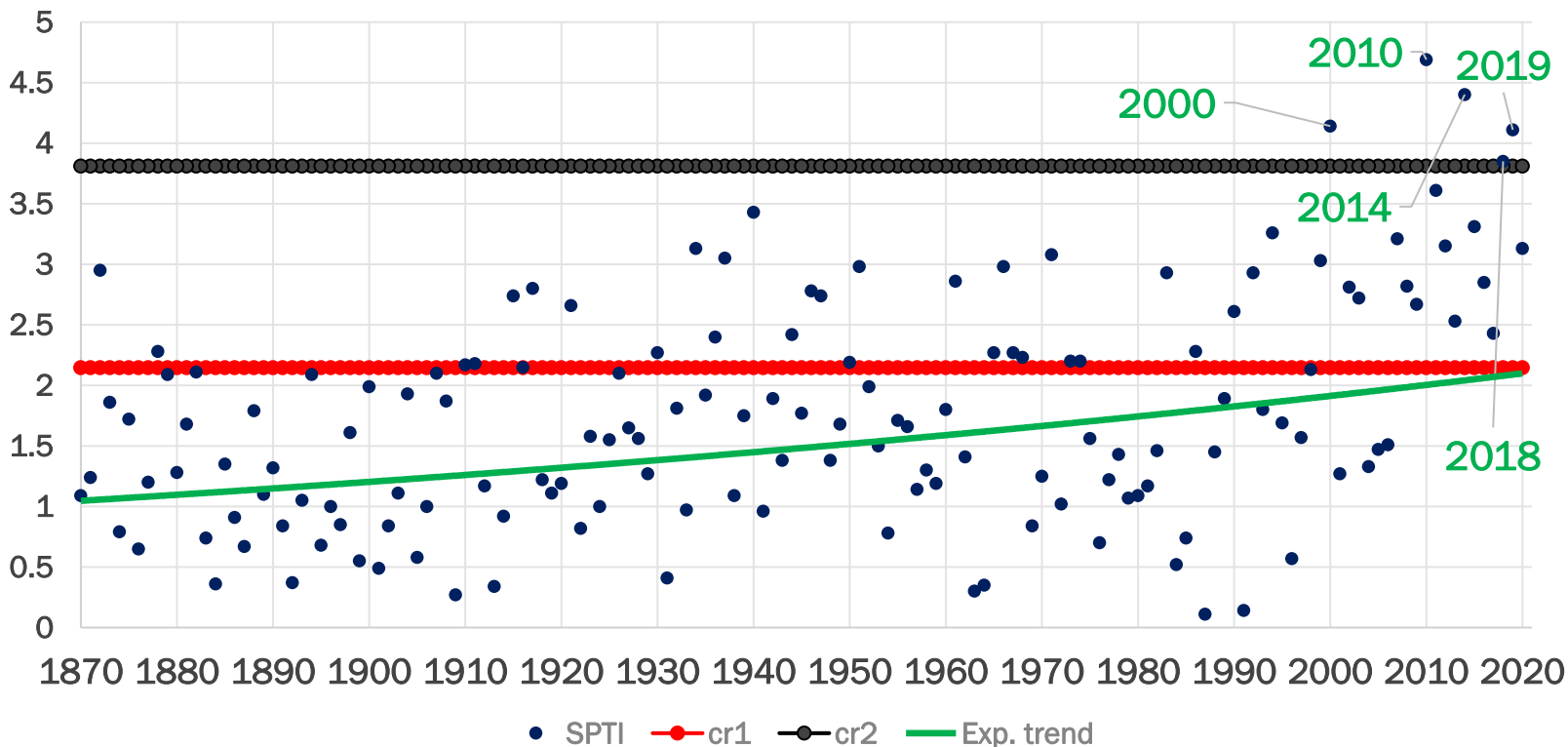
Dim. (N)	Cr1	Cr2
2	2,15	3,81
3	2,50	4,12
4	2,79	4,39
6	3,26	4,83
8	3,66	5,20
12	4,31	5,82
24	5,76	7,24

# Eredmények

## KÉTDIMENZIÓS VIZSGÁLATOK ÉVI KÖZÉPHŐMÉRSÉKLET ÉS CSAPADÉKÖSSZEG 1870-2020



## SPTI értékek országos átlag, kalibrációs időszak 1870-1900



Az SPTI index megváltozását exponenciális trendbecsléssel jellemeztük. Országos átlagban 100%-kal nőtt ez az index a teljes időszak alatt. Ez a változás szignifikáns a 0,1-es szignifikancia szinten.

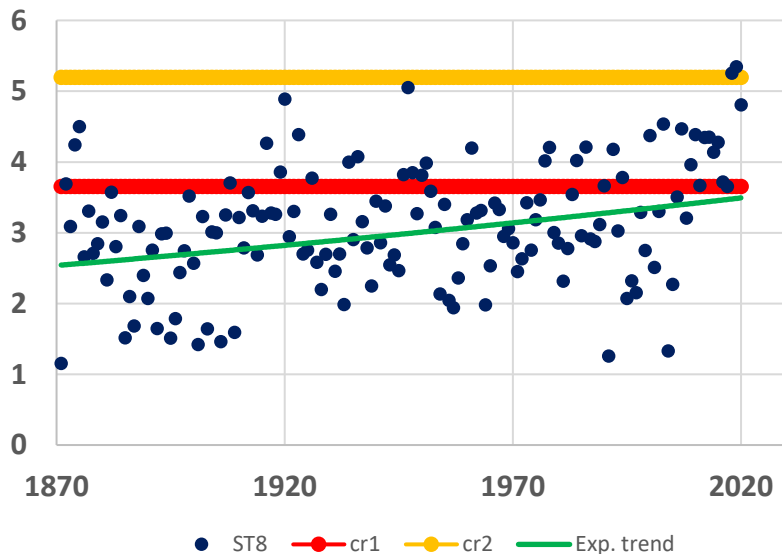
# Eredmények

## NYOLCDIMENZIÓS VIZSGÁLATOK NÉGY ÉVSZAK KÖZÉPHŐMÉRSÉKLET ÉS CSAPADÉKÖSSZEG 1871-2020

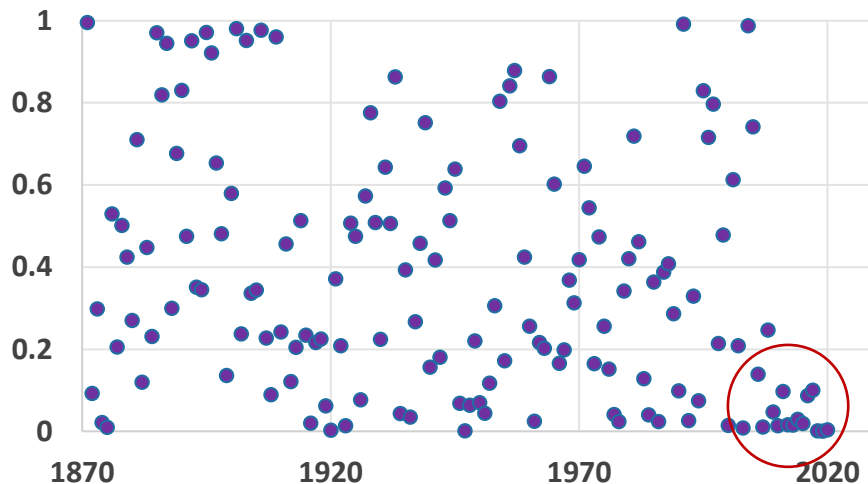


# Négy évszak: hőmérséklet és csapadék

Norma (ST8) értékek

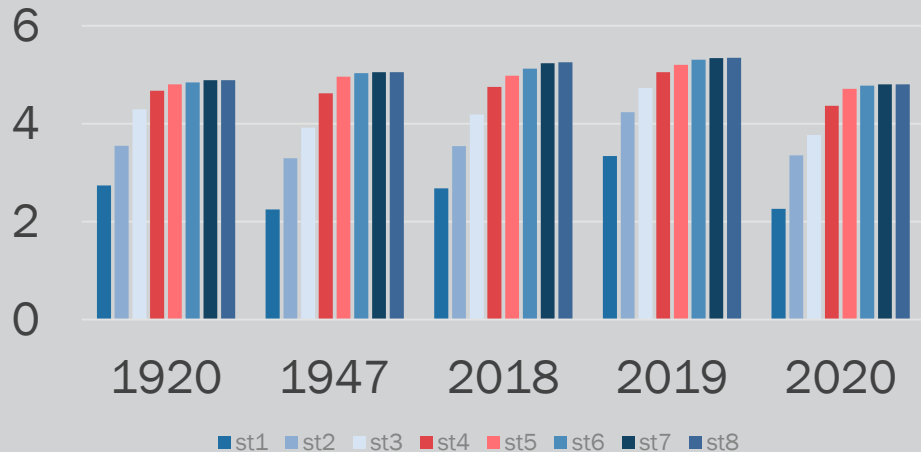


Az ST8 normákhoz tartozó valószínűségek



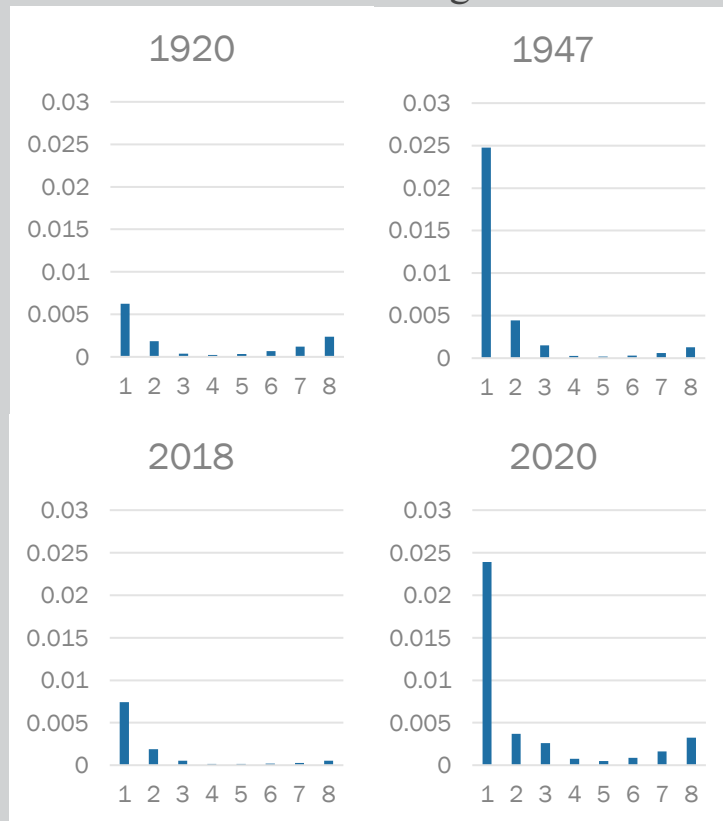
Exponenciális trendbecsléssel 37%-kal nőtt az ST8 index a teljes időszak alatt.  
Ez a változás szignifikáns a 0,1-es szignifikancia szinten.

## Az ST1-ST8 statisztikákhoz tartozó normaértékek



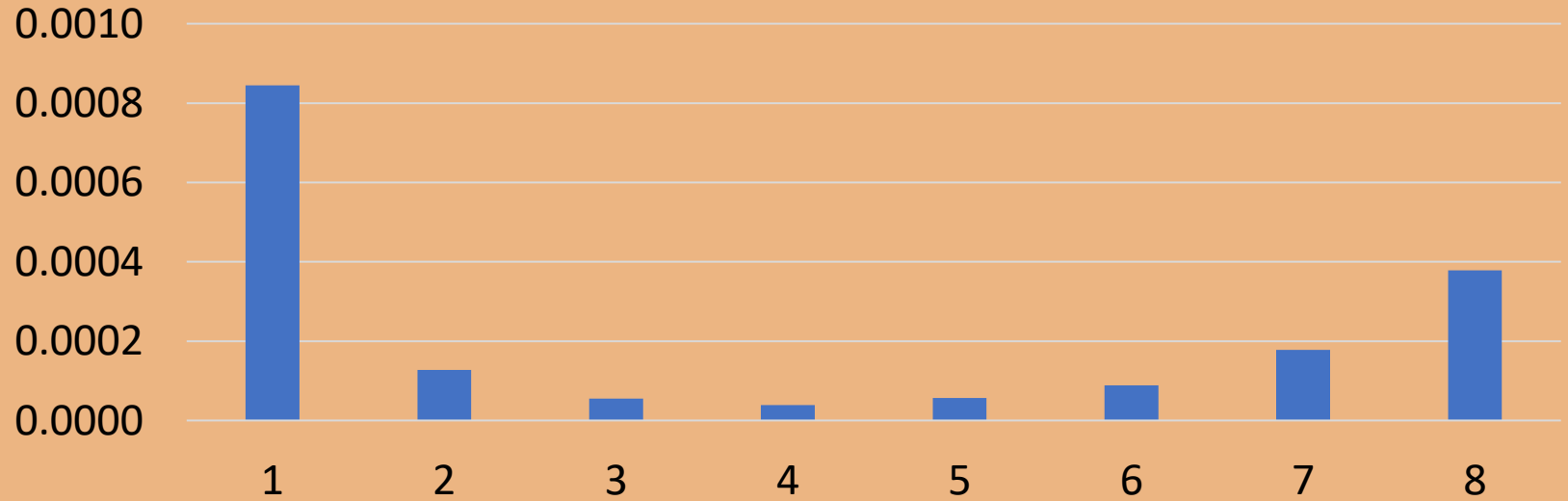
A teljes időszakot és mind a nyolc elemet tekintve a legnagyobb normaértékkel **2003 nyarának** hőmérséklete bír, míg ugyanezen év tavaszi szárazságával kiegészítve a legextrémebb kétdimenziós részrendszer, az összes többi extrém részrendszer a **2019-es** évhez tartozik.

## Az ST1-ST8 statisztikákhoz tartozó valószínűségek



A legkisebb valószínűségi esemény a 2019-es évhez tartozik,  
ebből is a négyelemű extrém részrendszerhez tartozik ez az érték.  
**(meleg, száraz nyár, meleg ősz és csapadékos tavasz)**

**2019**



Az ST1-ST8 statisztikákhoz tartozó valószínűségek

# Összegzés

- Az **évszakos vizsgálatok** kiegészítik az éves vizsgálatokat: vannak esetek amikor inkább az átlagban, és vannak esetek amikor inkább a részletekben fedezhetők fel a rendkívüliségek
- Az évszakos vizsgálatokat lehet **folytatni**, pl. 6 változó: 3 hónap középhőmérséklete és csapadékösszege
- Vizsgálatok országos átlag helyett **városokra, rácspontokra**
- **Szélsőségek vizsgálata** hatékonyabb eszközt jelent az éghajlatváltozás vizsgálata és jellemzése szempontjából, az ilyen jellegű vizsgálatok kiegészítik az egydimenziós vizsgálatokat.





## A MAGYAR TUDOMÁNY ÜNNEPE

Az MTA programsorozata



# KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!

[mta.hu](http://mta.hu)

